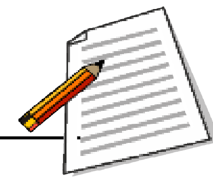


ଟିପ୍ପଣୀ

13

ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି

ତୁମେମାନେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ଗତି, ପ୍ରକ୍ଷେପ୍ୟ ଗତି ଏବଂ ବୃତ୍ତୀୟ ଗତି ସହିତ ପରିଚିତ ଅଟ । ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁ ଅନୁସୃତ ପଥରୁ ଏମାନଙ୍କର ସଂଜ୍ଞା ମିଳେ । କିନ୍ତୁ କେତେକ ବସ୍ତୁ ଏପରି ଗତି କରନ୍ତି ଯାହାକି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ପୁନରାବୃତ୍ତ ହୁଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ହୃତ୍‌ପିଣ୍ଡର ସ୍ପନ୍ଦନ, ଏକ ଘଡ଼ିକଣ୍ଟାର ଗତି, ଦୋଳିର ଝୁଲା ଓ ଦୋଳକର ଗତି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିସରରେ ହୁଏ ଏବଂ ପୁନରାବୃତ୍ତ ହୁଏ । ଏ ପ୍ରକାର ଗତିକୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ (periodic)ଗତି କୁହାଯାଏ । ଏଭଳି ପରିଘଟଣା ସାର୍ବଜନୀନ । ଏହି ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ତୁମେ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ବିଶେଷ କରି ତୁମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଦେଖୁଥିବା ଗତି ସମ୍ପର୍କରେ ପଢ଼ିବ । ତୁମେ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ସଂପର୍କରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିବ । ତରଙ୍ଗ ପରିଘଟଣା - ବିଭିନ୍ନ ଶ୍ରେଣୀର ତରଙ୍ଗ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଅଭିଲକ୍ଷଣମାନ (characteristics) ହେବ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ବିଷୟବସ୍ତୁ ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠର ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ ତୁମେ:

- ଦେଖାଇପାରିବ ଯେ ଦୋଳନ ଗତି ଆବର୍ତ୍ତୀ କିନ୍ତୁ ସବୁ ଆବର୍ତ୍ତୀଗତି ଦୋଳନ ଗତି ହେବା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ନୁହେଁ;
- ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତିର ସଂଜ୍ଞା ଦେଇପାରିବ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଉପରେ ସମ ବୃତ୍ତୀୟ ଗତିର ପ୍ରକ୍ଷେପଣ ଭାବେ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ ।
- ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ନିମିତ୍ତ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ନିଗମନ କରି ପାରିବ;
- ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଓ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ନିମିତ୍ତ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ନିଗମନ କରି ପାରିବ;
- ମୁକ୍ତ, ମନ୍ଦିତ ଓ ପ୍ରଣୋଦିତ (forced) ଦୋଳନ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିପାରିବ ।

13.1 ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି

ତୁମେ ଏକ ଘଡ଼ି ଦେଖିଥିବ ଏବଂ ଏହାର ସେକେଣ୍ଡ କଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟାର ଗୋଜିଆ ଅଗ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ କିପରି ଏକ ବୃତ୍ତୀୟ ପଥରେ ଗତି କରେ, ତାହା ମଧ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ । ସେକେଣ୍ଡ କଣ୍ଟା ଘଡ଼ି ଡାୟାଲ୍ (dial) ଉପରେ ଏକ ମିନିଟ୍‌ରେ ଯାତ୍ରା ସମାପ୍ତ କରେ । କିନ୍ତୁ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟା ଥରେ ଘୂରିବାକୁ ଘଣ୍ଟାଟିଏ ନିଏ । କିନ୍ତୁ ଏକ ଦୋଳକର ଗୋଲା (bob) ଏକ ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନର ଦୁଇ ପଟକୁ ଯିବା-ଆସିବା (to and fro) କରେ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରୁ ଅନ୍ୟ ମୁଣ୍ଡକୁ ଯାଇ ପୁନର୍ବାର ପ୍ରାରମ୍ଭ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଫେରିବାକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ନିଏ । ଯେଉଁ ଗତି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ପୁନରାବୃତ୍ତ ହୁଏ, ତାହାକୁ **ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି** କୁହାଯାଏ । ଦୁଇ ଶ୍ରେଣୀର ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ଅଛି: (i) **ଅଦୋଳନ** ଗତି ଏବଂ (ii) **ଦୋଳନ** ଗତି । ଘଡ଼ିକଣ୍ଟାର ଗତି ଅଦୋଳନ ଗତି କିନ୍ତୁ ଦୋଳକର ଏପଟୁ-ସେପଟ-ଏପଟ (to and fro) ଗତି ଦୋଳନ ଗତି । କିନ୍ତୁ ଉଭୟ ଗତି ଆବର୍ତ୍ତୀ । ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା କଥା ଯେ ଏକ ଦୋଳନ ଗତି ସାଧାରଣତଃ ଆବର୍ତ୍ତୀ କିନ୍ତୁ ସବୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ଦୋଳନ ଗତି ନୁହେଁ । ମନେରଖ, ଯେଉଁ ଗତି

ସମାନ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ପୁନରାବୃତ୍ତ ହୁଏ ତାକୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କୁହାଯାଏ, ଏବଂ ଏହା ଯଦି ଏକ ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାରେ ଉଭୟ ଦିଗକୁ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଏହାକୁ ଦୋଳନ ଗତି କୁହାଯାଏ । ଆମେ ଜାଣୁଁ ଯେ ପୃଥିବୀ ନିଜ ଅକ୍ଷରେ 24 ଘଣ୍ଟାରେ ଥରେ ଘୂରେ ଏବଂ ଦିନ-ରାତି ହୁଏ । ଏହା ମଧ୍ୟ ସୂର୍ଯ୍ୟକୁ ଆବର୍ତ୍ତନ କରେ ଏବଂ 365 ଦିନରେ ଏହାର ଆବର୍ତ୍ତନ ସରେ । ଏହି ଗତି ଫଳରେ ଋତୁଚକ୍ର ହୁଏ । ସେହିଭଳି ସମସ୍ତ ଗ୍ରହମାନ ସୂର୍ଯ୍ୟକୁ ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତୀୟ (elliptical) କକ୍ଷରେ ପରିକ୍ରମା କରନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ପରିକ୍ରମଣ କରନ୍ତି । ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଆବର୍ତ୍ତୀ ଅଦୋଳନ ଗତିର ଉଦାହରଣ ।

ଜିନ୍ ବାପ୍‌ଟିଷ୍ଟେ ଜୋସେଫ୍ ଫୋରିୟର୍ (Jean Baptiste Joseph Fourier)

(1768 - 1830)

ଏକ ଜଟିଳ ଦୋଳନକୁ ସାଇନ୍ (sine) ଓ କୋସାଇନ୍ (cosine) ଫଳନର ଏକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ ନିମିତ୍ତ ଫୋରିୟର୍ ପର୍ଯ୍ୟାୟ (fourier series) ପାଇଁ ଏହି ଫ୍ରେଞ୍ଚ ଗଣିତଜ୍ଞ ବିଖ୍ୟାତ ।

ତାପ ପରିବହନର ଗାଣିତିକ ତତ୍ତ୍ୱ ଫୋରିୟର୍ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥିଲେ । ତାପ ବିସରଣ (diffusion) ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରୁଥିବା ଅବକଳ ସମୀକରଣ (differential equation) ତାଙ୍କର ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ଅସୀମ-କ୍ରମିକ (infinite series) ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଫଳନ ବ୍ୟବହାର କରି ସେ ଏହାର ସମାଧାନ କରିଥିଲେ ।

ସେ ଟେଲର୍ (Taylor) ଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ପତ୍ନୀର ନବମ ସନ୍ତାନ ଓ 10 ବର୍ଷ ବୟସରେ ଅନାଥ ହୋଇଥିଲେ । ଧର୍ମଯାଜକ ତାଲିମରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଶିକ୍ଷକ, ସେଠାରୁ ଏକ ବିପ୍ଳବୀ, ଗଣିତଜ୍ଞ ଏବଂ ନେପୋଲିୟନ୍ ବୋନାପାର୍ଟଙ୍କ ପରାମର୍ଶଦାତା, ଏହି ଭଳି ତାଙ୍କର ଜୀବନ ବିଭିନ୍ନତାର ସମାହାର ଥିଲା ।

ସେ ଲାପ୍ଲାସେ (Laplace), ଲାଗ୍ରାଞ୍ଜେ (Lagrange), ବାୟୋଟ୍ (Biot), ପଏସନ୍ (Poission), ମାଲସ୍ (Malus), ଡେଲାମ୍ବ୍ରେ (Delambre) ଆରାଗୋ (Arago) ଓ କାର୍ନୋ (Carno)ଙ୍କର ସମସାମୟିକ ଥିଲେ । ତାଙ୍କର ଅବଦାନ ନିମିତ୍ତ ଶ୍ରଦ୍ଧାଞ୍ଜଳି ହେଉଛି ଚନ୍ଦ୍ରରେ ଫୋରିୟର୍ ଗୁମ୍ଫା ଏବଂ ଏଫେଲ୍ ଟାୱାର୍ (Eiffel Tower)ରେ ତାଙ୍କର ନାମ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ 13.1

ମନେକର ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତିଶୀଳ ଏକ ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନ y କୁ ସୂଚାଉଥିବା ସମୀକରଣ :

$$y = a \sin \theta \qquad (13.1)$$

ବା $$y = a \cos \theta \qquad (13.2)$$

ତୁମ ଗଣିତ ପୁସ୍ତକର $\theta = 0, 30^0, 60^0, 90^0, 120^0, 150^0, 180^0, 240^0, 300^0, 330^0, 360^0$ ପାଇଁ $\sin \theta$ ଓ $\cos \theta$ ର ମୂଲ୍ୟମାନ ନିଅ । ତା'ପରେ $a = 2.5$ ସେ.ମି. ନେଇ, $y = a \sin \theta$ ସମୀକରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ପାଇଁ y ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର । ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍କେଲ୍ ବାଛି y ଓ θ ମଧ୍ୟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର । ସେହିଭଳି $y = a \cos \theta$ ସମୀକରଣ ବ୍ୟବହାର କରି y ଏବଂ θ ମଧ୍ୟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର । ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ ଉଭୟ ଗ୍ରାଫ୍ $+a$ ଓ $-a$ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଦୋଳନ ସୂଚାଉଛି । ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ କିଛି ଧରଣର ଦୋଳନ ଗତିକୁ ଏକ କୋଣର ସାଇନ୍ ବା କୋସାଇନ୍‌ର ବ୍ୟଞ୍ଜକ ସାହାଯ୍ୟରେ ବା ସେ ଭଳି ବ୍ୟଞ୍ଜକର ମିଶ୍ରଣ ଭାବରେ ସୂଚାଯାଇ ପାରିବ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦେଇ ତୁମର ଅଗ୍ରଗତି ପରୀକ୍ଷା କର ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 13.1

1. ଏକ ଆବର୍ତ୍ତୀଗତି ଏବଂ ଏକ ଦୋଳନ ଗତି ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କ'ଣ ?

....

2. ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁମାନେ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ?

   (i) ଫୁଟିଥିବା ଗୁଳି

   (ii) ଏକ ପରମାଣୁ ମଧ୍ୟରେ ନିଉକ୍ଲିୟସ୍ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନରତ ଇଲେକ୍ଟ୍ରନ୍

   (iii) ରାସ୍ତାରେ ସମ ପରିବେଗରେ ଗତିଶୀଳ ଏକ ଯାନ

   (iv) ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପଟେ ଗତିଶୀଳ ଏକ ଧୂମକେତୁ

   (v) ଏକ U ନଳୀରେ ଦୋଳନରତ ପାରଦ ସ୍ତମ୍ଭର ଗତି ।

....

3. ଉଦାହରଣ ଦିଅ : (i) ଏକ ଦୋଳନ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି (ii) ଏକ ଅଦୋଳନ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି

....

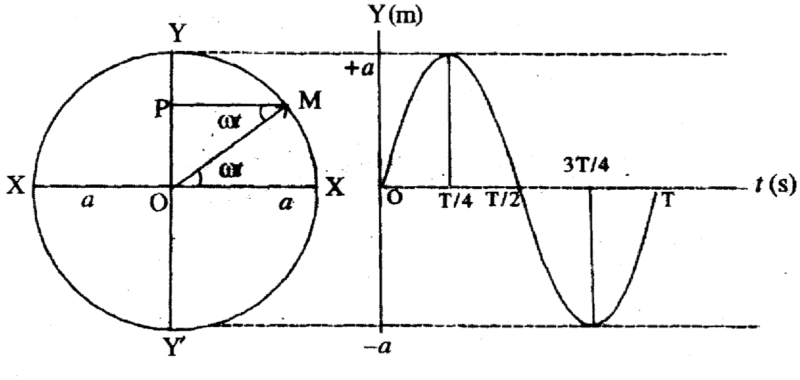
13.2 ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି : ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବୃତ୍ତ

ଗୋଟିଏ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ଦୋଳନକୁ ଏକ କୋଣର ସାଇନ୍ ଏବଂ କୋସାଇନ୍ ଥିବା ପଦମାନଙ୍କ ସାହାଯ୍ୟରେ ସୂଚାଯାଇ ପାରିବ । ଏକ ଦୋଳନରତ କଣିକାର ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନରୁ ବିସ୍ଥାପନ ଯଦି ସମୀକରଣ $y = a \sin \theta$ ବା $y = a \cos \theta$ ବା $y = A \sin \theta + B \cos \theta$ ଭାବରେ ସୂଚାଯାଏ ତେବେ କଣିକାଟି ଏଠାରେ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ସଂପନ୍ନ କରୁଛି । ଏଠାରେ a, b ଓ A ହେଉଛନ୍ତି ଧ୍ରୁବାଙ୍କ । ଆମେ ନିମ୍ନଭାବରେ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତିର ସଂଜ୍ଞା ଦେବା ।

ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ବିସ୍ଥାପନ x ପ୍ରତି ସମାନୁପାତିକ ଏବଂ ବିସ୍ଥାପନର ବିପରୀତ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଏକ ବଳ ପ୍ରଭାବରେ ଗୋଟିଏ କଣିକା ଯଦି ସେହି ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁରୁ ଏ ପଟରୁ - ସେପଟ-ଏପଟକୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କରେ, ତେବେ କଣିକାଟି ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କରୁଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଆମେ ଆମର ଆଲୋଚନା ରୈଖିକ ଦୋଳନରେ ସୀମିତ ରଖିବା । ଗାଣିତିକ ସଂଜ୍ଞାରେ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା ।

$$F = -kx$$

ଏଠାରେ k ହେଉଛି ଆନୁପାତିକ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ।



ଚିତ୍ର 13.1 YOY' ପଥରେ P ର ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି

ଟିପ୍ପଣୀ

ସରଳୀ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ନିମିତ୍ତ ସମୀକରଣ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ କରିବାକୁ, ଆମେ O ରେ କେନ୍ଦ୍ର ଥିବା r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ବୃତ୍ତରେ ସ୍ଥିର ବେଗରେ ଗତିଶୀଳ ଏକ ବିନ୍ଦୁ M କୁ ବିଚାରକୁ ନେବା (ଚିତ୍ର 13.1) । $t = 0$ ବେଳକୁ ବିନ୍ଦୁଟି x ରେ ରହୁ । t ସମୟକୁ ଅବସ୍ଥାନ ଭେକ୍ଟର୍ OM ଗତିଶୀଳ ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରୁଛି । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଅବସ୍ଥାନ ଭେକ୍ଟର୍, ଯାହାକୁ **ଫେଜର୍** (phaser) ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ, ଏକ ସ୍ଥିର କୌଣୀୟ ପରିବେଗ $w = \frac{\vartheta}{a}$ ରେ ଗତି କରୁଛି । ଏହି M ବିନ୍ଦୁର କେନ୍ଦ୍ର ଦିଗରେ ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି $\upsilon^2/a = aw^2$ । ସମୟ t ବେଳେ, OY ଦିଗରେ ତ୍ୱରଣର ଉପାଂଶ ହେଉଛି $a\,w^2$ । YOY′ ପ୍ରତି ଏକ ଅଭିଲମ୍ବ MP ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ । ତେବେ ଆମେ କହି ପାରିବା ଯେ P ହେଉଛି m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ କଣିକା ଯାହାକି $a\,w^2 \sin wt$ ତ୍ୱରଣ ସହିତ ଗତି କରୁଛି । ତେଣୁ କଣିକା P ଉପରେ O ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବଳ

$$F = m\,a\,w^2 \sin wt$$

କିନ୍ତୁ $\sin wt = y / a$

ତେଣୁ $F = mw^2y$ (13.3)

ବିସ୍ଥାପନ O ରୁ P ଦିଗରେ ମପାଯାଏ ଏବଂ O ଦିଗରେ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ । ତେଣୁ

$$F = -m\,w^2y$$

ଯେହେତୁ ଏହି ବଳ O ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ ଏବଂ O ଠାରୁ P ର ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରତି ସମାନୁପାତିକ, ତେଣୁ ଆମେ କହି ପାରିବା ଯେ କଣିକାଟି ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ସଂପାଦନ କରୁଛି ।

ଆମେ ଲେଖିବା $m\,w^2 = k$ ଏକ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ । ତେବେ ସମୀକରଣ (13.3) ହେବ ।

$$F = -ky \qquad (13.4)$$

ଧ୍ରୁବାଙ୍କ k ହେଉଛି ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ନିମିତ୍ତ ବଳ, ଏବଂ ଏହାକୁ ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ (force constant) କୁହାଯାଏ । ଦୋଳନର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତିର ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ,

$$w^2 = k/m \qquad (13.5)$$

ଏକଥର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଘୂର୍ଣ୍ଣନରେ, OM ସଂପୂର୍ଣ୍ଣକରେ 2p କୋଣ ଏବଂ ଥରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପାଇଁ ନିଏ T କାଳ । ତେଣୁ

$$w^2 = 2p\ /T \qquad (13.6)$$

ସମୀକରଣ (13.5) ଏବଂ (13.6) ଏକାଠି କଲେ, ଆମେ ଆବର୍ତ୍ତନକାଳ ପାଇବା :

$$T = 2p\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (13.7)$$

ଏହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ P ଗତି କରେ O ରୁ Y କୁ ଏବଂ ତା'ପରେ O ଦେଇ Y′ କୁ ଏବଂ ଶେଷରେ O କୁ ଫେରି ଆସେ । ଏହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ କଣିକାଟି ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥରେ ଗତି କରେ ଏବଂ ଏହାର ଅବସ୍ଥାନରୁ ଅଭିଲମ୍ବର ପାଦ O ପ୍ରତି ଦୋଳନ କରେ ବୋଲି କୁହାଯାଏ, ଚିତ୍ର 13.1 ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାକୁ ମୌଳିକ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଜ୍ଞା ଦେବା ।

13.2.1 SHM ରେ ସଂପୃକ୍ତ ମୌଳିକ ପଦମାନ :

କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ମାଧ୍ୟ (ବା ସନ୍ତୁଳନ) ଅବସ୍ଥାନରୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ଦୂରତ୍ୱକୁ **ବିସ୍ଥାପନ** କୁହାଯାଏ ।

ଦୋଳକର ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବିସ୍ଥାପନକୁ **ଆୟାମ** (Amplitude) କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ଥର ଦୋଳନ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ ଦୋଳନ ନେଉଥିବା ସମୟକୁ **ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ** (Time Period) କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ସେକେଣ୍ଡରେ ଦୋଳକ ସଂପୁର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ ଦୋଳନର ସଂଖ୍ୟାକୁ **ଆବୃତ୍ତି** (Frequency) କୁହାଯାଏ । ଏହା v ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଏ । ଆବୃତ୍ତିର SI ଏକକ ହର୍ଜ, ପ୍ରତୀକ Hz । ଏକ ସେକେଣ୍ଡରେ ଦୋଳନର ସଂଖ୍ୟା v ହେଲେ, ଥରେ ଦୋଳନ ନିମିତ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ ହେଉଛି $1/v$ । ତେଣୁ $T = 1/v$ ବା $v = (1/T)s^{-1}$ । ଯେହେତୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନ sin q ଏବଂ (କିମ୍ବା) cos q ପଦ ଥିବା ବ୍ୟଞ୍ଜକ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇପାରିବ, ଆମେ ଆଉ ଦୁଇଟି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପଦ ସଂପର୍କରେ ସୂଚନା ଦେବା ।

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ଯେଉଁ କୋଣର ସାଇନ୍ ବା କୋସାଇନ୍ ଦୋଳକର ଅବସ୍ଥାନ ଓ ଗତିର ଦିଗ ସୂଚାଏ, ତାହାକୁ କଳା f କୁହାଯାଏ ।

ଫେଜ୍ କୋଣର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାରକୁ କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି ରେଡ଼ିୟାନ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଯେହେତୁ ଏକ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଦୋଳନରେ କଳା କୋଣ 0 ରୁ 2p ରେଡ଼ିୟାନ୍‌କୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, କଳାକୋଣର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର $w = 2p / T = 2pv$ ବା $w = 2pv$ ।

ଉଦାହରଣ 13.1 :

ଚିତ୍ର 13.2 ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ସଦୃଶ 9 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଟ୍ରେକୁ k ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ଥିବା ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ରଖାଯାଇଛି । ଟ୍ରେକୁ ତଳକୁ ଚାପି ତା'ପରେ ଛାଡ଼ି ଦିଆଗଲା । ଏହା 1.0 ସେକେଣ୍ଡ ବିଶିଷ୍ଟ SHM କରିବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲା । ଟ୍ରେ ଉପରେ M ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବ୍ଲକ୍ (block) ରଖିଲେ ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ 2.0 ସେକେଣ୍ଡକୁ ବୃଦ୍ଧି ପାଏ । ବ୍ଲକ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହିସାବ କର ।

ସମାଧାନ :

ତନ୍ତ୍ରର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ । ଏଠାରେ m ହେଉଛି ଦୋଳନରତ ତନ୍ତ୍ରର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ।

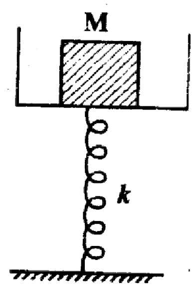
ଯେହେତୁ $w = 2p / T$ ସମୀକରଣ (13.7) ରୁ ଆମେ ପାଇବା,

$$4p^2 / T^2 = \frac{k}{m}$$

ବା $$m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$

ଟ୍ରେ ଖାଲିଥିଲେ, $m = 9$ କେଜି ଏବଂ $T = 1$ ସେକେଣ୍ଡ୍ । ତେଣୁ

$$9 = \frac{k(1)^2}{4\pi^2}$$



ଚିତ୍ର 13.2

ବ୍ଲକ୍ ରଖିଦେଲେ, $m = 9 + M$ ଏବଂ T = 2s । ତେଣୁ

$9 + M = K \times (2)^2 / 4p^2$

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟରୁ ଆମେ ପାଇବୁ

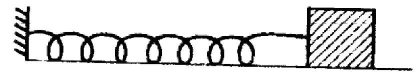
$\frac{(9+M)}{9} = 4$ ତେଣୁ, $M = 27$ kg

ଉଦାହରଣ 13.2

1600 N m^{-1} ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ଥିବା ଗୋଟିଏ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ଟେବୁଲ୍‌ରେ ଚିତ୍ର 13.3 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଅବସ୍ଥାରେ ରହିଛି । ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ମୁକ୍ତ ପ୍ରାନ୍ତରେ $m =$ 4.0 kg ର ଏକ ଜଡ଼ ସଂଯୁକ୍ତ କରି ଡାହାଣ ପଟକୁ 4.0 ସେ.ମି.

ଟିପ୍ପଣୀ

ଭୂସମାନ୍ତର ଦିଗରେ ଟାଣି ଛାଡ଼ି ଦିଆଗଲା । ଜଡ଼ର (i) ଆବୃତ୍ତି (ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ତ୍ୱରଣ ଏବଂ (iii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବେଗ ହିସାବ କର ।



ଚିତ୍ର 13.3

ସମାଧାନ : $w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1600}{4}}$

$= 20 \text{ rad s}^{-1}$

ତେଣୁ, (i) $u = 20 / 2p = 3.18$ Hz

(ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ତ୍ୱରଣ $= aw^2 = 0.04 \times 400 = 16 \text{ms}^{-2}$

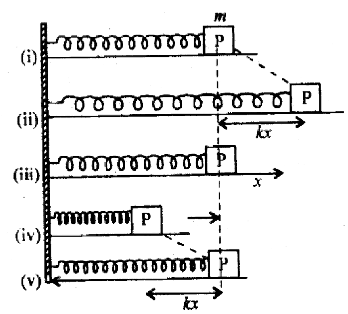
ଏବଂ (iii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବେଗ $u_{max} = aw = 0.04 \times 20 = 0.8 \text{ ms}^{-1}$

13.3 SHM ର ଉଦାହରଣ

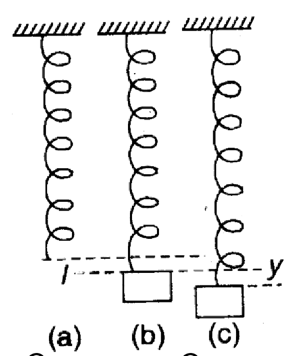
SHM ର ଧାରଣା ସ୍ୱଷ୍ଟ କରିବାକୁ, କେତେକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ସାଧାରଣ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

13.3.1 ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍-ଜଡ଼ ତନ୍ତ୍ରର ଭୂସମାନ୍ତର ଦୋଳନ

(Horizontal oscillation of a spring - mass system)



ଚିତ୍ର 13.4 ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍-ଜଡ଼ ତନ୍ତ୍ରର ଦୋଳନ



ଚିତ୍ର 13.5 ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଜଡ଼ ତନ୍ତ୍ରର ଅଭିଲମ୍ବ ଦୋଳନ

ମନେକର, ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ k ଥିବା ଗୋଟିଏ ସ୍ଥିତିସ୍ଥାପକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠରେ ରହିଛି ଏବଂ m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ବ୍ଲକ୍‌କୁ ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଛି । ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ଅପରପ୍ରାନ୍ତ ଏକ ଦୃଢ଼ କାନ୍ଥରେ ଲାଗିଛି (ଚିତ୍ର 13.4) । ମନେକର ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବ୍ଲକ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ତୁଳନାରେ ଉପେକ୍ଷା କରାଯାଇପାରେ ଏବଂ ବାୟୁ ପ୍ରତିରୋଧ ଓ ଘର୍ଷଣ ଯୋଗୁଁ ଶକ୍ତି କ୍ଷୟ ହୁଏ ନାହିଁ । x - ଅକ୍ଷକୁ ଭୂସମାନ୍ତର ଦିଗରେ ନିଅ । ପ୍ରାରମ୍ଭରେ, ଅର୍ଥାତ୍ t = 0 ରେ, ବ୍ଲକ୍‌ଟି ସ୍ଥିର ଅଛି ଏବଂ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ଟି ଶିଥିଳ (relaxed) ଅବସ୍ଥାରେ ଅଛି ଚିତ୍ର [13.4(i)] । ତାହାପରେ ଏହାକୁ ଭୂସମାନ୍ତର ଦିଗରେ ଅଳ୍ପ ଦୂରତ୍ୱକୁ ଟଣାଗଲା [ଚିତ୍ର 13.4(ii)] । ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ବିସ୍ତାରଣ x ହେଲେ, ଏହା ଯୋଗୁଁ ବ୍ଲକ୍ ଉପରେ ଏକ ବଳ kx କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେବ । ବଳର ଦିଗ ବିସ୍ତାରଣର ବିପରୀତ ଦିଗରେ ହେବ ଏବଂ ବ୍ଲକ୍‌କୁ ସଂତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାକୁ ଫେରାଇ ଆଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବ । ବ୍ଲକ୍ ପ୍ରାରମ୍ଭ ଅବସ୍ଥାକୁ ଫେରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ [ଚିତ୍ର 13.4 (iii)] ଏହାର ପରିବେଗ u ହେବ ଏବଂ ତେଣୁ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେବ $K = (1/2)mu^2$ । ଗତିର ସ୍ଥାଣୁତା (inertia of motion) ଯୋଗୁଁ, ବ୍ଲକ୍‌ଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଡେଇଁ ଯାଏ ଏବଂ ଚିତ୍ର [13.4 (iv)] ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଅବସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବାମ ପଟକୁ ଗତି କରେ । ଏହି ଅବସ୍ଥାନରେ, ବ୍ଲକ୍ ଉପରେ ପୁନର୍ବାର kx ମୂଲ୍ୟର ବଳ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ ଯାହାକି ଏହାକୁ ପ୍ରାରମ୍ଭ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଫେରାଇ ଆଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ [ଚିତ୍ର 13.4(v)] । ଏହି ଭଳି ବ୍ଲକ୍‌ଟି ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନର ଉଭୟ ଦିଗରେ ଦୋଳନ କରି ଚାଲେ । ଦୋଳନ ସମୟ ହେଉଛି $2p\sqrt{\frac{m}{k}}$ । ଏଠାରେ k ହେଉଛି ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ଏକକ ବିସ୍ତାରଣ ନିମିତ୍ତ ବଳ ।

13.3.2 ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍-ଜଡ଼ ତନ୍ତ୍ରର ଅଭିଲମ୍ବ ଦୋଳନ

(Vertical oscillation of a spring-mass system)

ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ k ଥିବା ଗୋଟିଏ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌କୁ ଏକ ଦୃଢ଼ ଆଧାରରୁ ଝୁଲାଯାଉ [ଚିତ୍ର 13.5(a)] । ତା'ପରେ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ମୁକ୍ତ ପ୍ରାନ୍ତରେ m ଜଡ଼ତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବ୍ଲକ୍ ସଂଯୁକ୍ତ କର । ଫଳ ସ୍ୱରୂପ, ମନେକର ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗରେ l ମୂଲ୍ୟର ବିସ୍ତାରଣ ହୁଏ [ଚିତ୍ର 13.5(b)] । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ $k = mg/l$

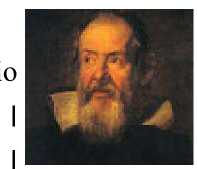
ବର୍ତ୍ତମାନ ବ୍ଲକ୍‌କୁ ଅଳ୍ପ ଦୂର, y ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତଳକୁ ଟଣାଯାଉ, [ଚିତ୍ର 13.5(c)] । ବ୍ଲକ୍ ଉପରେ ky ପରିମାଣର ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱମୁଖୀ ବଳ ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ । ତେଣୁ, ବ୍ଲକ୍‌କୁ ଛାଡ଼ିଦେଲେ, ବଳ ky ଏହାକୁ ଉପରକୁ ଟାଣେ । ବ୍ଲକ୍ ତା'ର ପ୍ରାରମ୍ଭ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଆସିବା ସହିତ, ଉପଲବ୍ଧ ପରିବେଗ ଯୋଗୁଁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ଗତି ଅବ୍ୟାହତ ରଖେ । ଏହା ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନକୁ y ଦୂରତ୍ୱ ଅତିକ୍ରମ କରେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂପୀଡ଼ିତ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଏଥିରେ ନିମ୍ନମୁଖୀ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ସୃଷ୍ଟି କରେ । ବ୍ଲକ୍ ତଳକୁ ଯାଏ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନ ଅତିକ୍ରମ କରି ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗରେ ପ୍ରାୟ ସମାନ ଦୂରତ୍ୱକୁ ଯାଏ । ତେଣୁ, ତନ୍ତଟି ଅଭିଲମ୍ବ ଦୋଳନ କରି ଚାଲେ । ଅଭିଲମ୍ବ ଦୋଳନର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ହେଉଛି ।

$$w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ତେଣୁ $$T = 2p\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (13.8)$$

ଏହି ଫଳରୁ ଜଣାଯାଉଛି ଯେ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍-ଜଡ଼ ତନ୍ତ୍ରର ଅଭିଲମ୍ବ ଦୋଳନକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେ ନାହିଁ ।

ଗାଲିଲିଓ ଗାଲିଲେଇ (1564 - 1642)



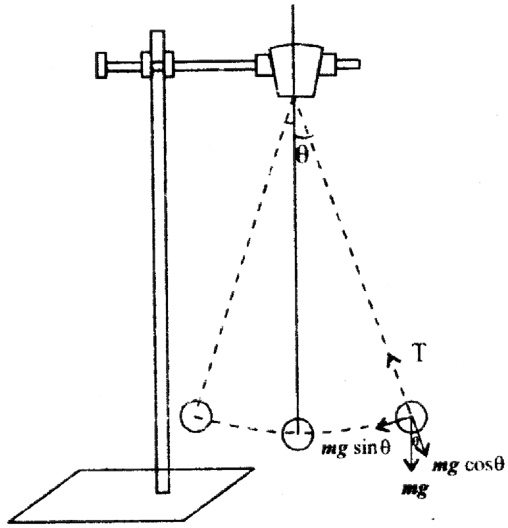
ଇଟାଲିର ପିସାର ଏକ ପଶମ ବ୍ୟବସାୟୀ ଭିନ୍‌ସେନ୍‌ଜିଓ ଗାଲିଲେଇ (Vincenzio Galilei) ଙ୍କର ପୁତ୍ର ଗାଲିଲିଓ ଆଧୁନିକ ବିଜ୍ଞାନରେ ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ପ୍ରମାଣର ଯୁଗ ପ୍ରବର୍ତ୍ତକ । ଶୈଶବରେ ସେ ସଙ୍ଗୀତ, କଳା ଏବଂ କଣ୍ଢେଇ ତିଆରିରେ ମନୋଯୋଗ ଦେଉଥିଲେ । ଚିକିତ୍ସା ବିଜ୍ଞାନରେ ଅଧ୍ୟୟନ ନିମିତ୍ତ ସେ ପିସା ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପ୍ରବେଶ କରିଥିଲେ । ସେ ତାଙ୍କର ପ୍ରଥମ ଆବିଷ୍କାର - ଦୋଳନର ସମକାଳତ୍ୱ - (Isochronism) ଏଠାରେ ହିଁ ଆବିଷ୍କାର କରିଥିଲେ ଏବଂ ଏହି ଆବିଷ୍କାର ସାହାଯ୍ୟରେ ଖ୍ରୀଷ୍ଟିୟାନ ହାଇଜେନ୍ (Christian Huygen) ପ୍ରଥମ ଦୋଳକ ଘଡ଼ି ତିଆରି କରିଥିଲେ । ଅର୍ଥାଭାବରୁ ଗାଲିଲିଓ ତାଙ୍କର ଶିକ୍ଷା ସମାପ୍ତ କରି ପାରିଲେ ନାହିଁ, କିନ୍ତୁ ତାଙ୍କର ପ୍ରଚେଷ୍ଟାରେ ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନକୁ ଏପରି ସ୍ତରକୁ ନେଲେ ଯେ ତୁସ୍କାନିର ଗ୍ରାଣ୍ଡ୍ ଡ୍ୟୁକ୍ ତାଙ୍କୁ ପିସା ବିଶ୍ୱ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଗଣିତ ଅଧ୍ୟାପକ ପଦରେ ନିଯୁକ୍ତ କଲେ ।

ଗାଲିଲିଓ ଦୂରବୀକ୍ଷଣ ଯନ୍ତ୍ର ତିଆରି କଲେ ଏବଂ ଏହାକୁ ଆକାଶୀୟ ବସ୍ତୁ ଅଧ୍ୟୟନ ନିମିତ୍ତ ବ୍ୟବହାର କଲେ । ତାଙ୍କର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ସେ ନିଶ୍ଚିତ ହେଲେ ଯେ କୋପରନିକସ୍‌ଙ୍କର ସୌରକେନ୍ଦ୍ରିକ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡ ତତ୍ତ୍ୱ ସଠିକ୍ ଅଟେ । 'ପୃଥିବୀର ଦୁଇ ମୁଖ୍ୟ ତନ୍ତ୍ର ଉପରେ ଏକ ବାର୍ତ୍ତାଳାପ' ନାମକ ପୁସ୍ତକ ଆକାରରେ 1632 ମସିହାରେ ତାଙ୍କର ହୃଦବୋଧ ହେଉଥିବା ଯୁକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସେ ପ୍ରକାଶିତ କଲେ । ଆରିଷ୍ଟୋଟଲ୍‌ଙ୍କର ପୃଥିବୀ କେନ୍ଦ୍ରିକ ତତ୍ତ୍ୱ ଯାହାକୁ ଚର୍ଚ୍ଚ ସମର୍ଥନ କରୁଥିଲା, ଏହି ମତବାଦ ତା'ର ବିରୁଦ୍ଧାଚରଣ କରୁଥିବାରୁ, ଗାଲିଲିଓଙ୍କୁ ଦଣ୍ଡିତ କରାଗଲା ଏବଂ ତାଙ୍କୁ କ୍ଷମା ମାଗିବାକୁ ହେଲା । କିନ୍ତୁ 1636 ରେ ସେ ଆଉ ଏକ ପୁସ୍ତକ - "ଦୁଇଟି ନୂତନ ବିଜ୍ଞାନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବାର୍ତ୍ତାଳାପ" - ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ ଯେଉଁଥିରେ କି ସେ ପୁନର୍ବାର ଆରିଷ୍ଟୋଟଲ୍‌ଙ୍କ ଗତିର ନିୟମର ତ୍ରୁଟି ଦର୍ଶାଇଲେ ।

ଗାଲିଲିଓଙ୍କ ସମୟକୁ ସୂକ୍ଷ୍ମ ମାପନ ଯନ୍ତ୍ର ମିଳୁ ନ ଥିଲା । ତେଣୁ ସେ ପରୀକ୍ଷା କରିବାକୁ ତାଙ୍କର ତୀକ୍ଷ୍ଣବୁଦ୍ଧି ପ୍ରୟୋଗ କରିଥିଲେ । ସେ ଚିନ୍ତନ - ପରୀକ୍ଷଣର ଧାରଣା ପ୍ରବର୍ତ୍ତିତ କରିଥିଲେ ଯାହାକି ଆଜିର ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ସେମାନଙ୍କର ସୂକ୍ଷ୍ମ ଯନ୍ତ୍ରପାତି ସତ୍ତ୍ୱେ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରୁଛନ୍ତି ।

ଟିପ୍ପଣୀ

13.3.3 ସରଳ ଦୋଳକ :



ଚିତ୍ର 13.6 ସରଳ ଦୋଳକ

ଗୋଟିଏ ଆଧାରରେ କ୍ଲାମ୍ପ ହୋଇଥିବା ଏକ ଦୁଇଫାଳିଆ କର୍କ ମଧ୍ୟରେ ରହିଥିବା ସୂତାରେ ଝୁଲୁଥିବା ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ର ଗୋଲାକାର ବବ୍‌କୁ ସରଳ ଦୋଳକ କୁହାଯାଏ, ଚିତ୍ର 13.6 । ବବ୍‌କୁ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବୋଲି ମନେ କରାଯାଏ ଏବଂ ସୂତାକୁ ଅବିସ୍ତାରଣୀୟ (inextensible) ବୋଲି ନିଆଯାଏ । ଦୋଳନ ବିନ୍ଦୁର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଦୋଳକ ବିନା ବାଧାରେ ଦୋଳନ କରି ପାରେ ।

ସରଳ ଦୋଳକକୁ ଏହାର ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନରୁ ଅଳ୍ପ ଦୂରକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇ ଛାଡ଼ିଦେଲେ, ଏହା ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନ ପ୍ରତି ଏକ ଅଭିଲମ୍ବ ତଳରେ କୌଣୀୟ ଦୋଳନ କରେ । ଝୁଲଣ ବିନ୍ଦୁ (point of suspension) ଠାରୁ ବବ୍‌ର ଗୁରୁତ୍ୱ କେନ୍ଦ୍ର (centre of gravity) ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତ୍ୱ ହେଉଛି ସରଳ ଦୋଳକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ । ବିସ୍ଥାପିତ ଅବସ୍ଥାନରେ ସରଳ ଦୋଳକର ବବ୍ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବଳମାନ ଚିତ୍ର 13.6 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ସେମାନେ ହେଲେ, (i) ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗରେ ନିମ୍ନମୁଖୀ ବଳ ବବ୍‌ର ଓଜନ mg ଓ (ii) ସୂତାର କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଟାନ T ଯାହାକି ସୂତାରେ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱମୁଖୀ ବଳ ।

ଓଜନ mg କୁ ଦୁଇଟି ଉପାଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ : . (a) $mg \cos\theta$ ଯାହାକି ସୂତାରେ T ର ବିପରୀତ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ (b) $mg \sin\theta$ ଯାହାକି ସୂତା ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ଉପାଂଶ $mg \cos\theta$ ଟାନ T କୁ ସନ୍ତୁଳିତ କରେ ଏବଂ ଉପାଂଶ $mg \sin\theta$ ଯୋଗୁଁ ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନ ଦିଗରେ ତ୍ୱରଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ହେଉଛି $mg \sin\theta$ । ବବ୍‌ର ଅଳ୍ପ ବିସ୍ଥାପନ x ପାଇଁ, ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ $F = mg\,\theta = mg\,x/l$ । ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ନିମିତ୍ତ ବଳ $k = mg/l$ ଏବଂ ତେଣୁ

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg/l}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

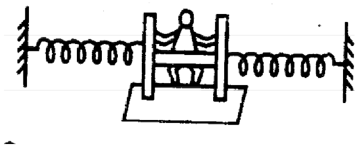
ଅଥବା $$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

ତେଣୁ, $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (13.9)$$

ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଓଜନ

ଆମେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଓଜନ ମାପିବାକୁ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ତରାଜୁ (balance) ବ୍ୟବହାର କରୁ । ଭାରର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୀମା ମଧ୍ୟରେ, ସମାନ ଭାର ପାଇଁ ସମାନ ବିସ୍ତାରଣ ହୁଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ଭାର / ବିସ୍ତାରଣ ଏକ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ (ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ) - ଏହି ସ୍ୱୀକାର ଉପରେ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ତରାଜୁର କାର୍ଯ୍ୟକାରିତା ପର୍ଯ୍ୟବେସିତ । ତେଣୁ ଭାର ସହିତ ବିସ୍ତାରଣର ପରିବର୍ତ୍ତନ ସରଳରୈଖିକ । ତେଣୁ ତୁମେ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସହିତ ଏକ ସରଳ ରୈଖିକ ସ୍କେଲ୍ (scale)ଲଗାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହାକୁ ଜଣା ମୂଲ୍ୟର ଭାର ନେଇ ଅଂଶାଙ୍କିତ କରି ପାରିବ । ଏହି ଭଳି ଭାବେ ପ୍ରସ୍ତୁତ ତରାଜୁ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଜଣା ଓଜନ ମାପ ହୋଇ ପାରିବ ।

ଏ ଭଳି ଏକ ତରାଜୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବିହୀନ ସ୍ଥାନରେ ଯେପରିକି ଅନ୍ତରୀକ୍ଷ-ରକେଟ୍ ବା ଏକ ଉପଗ୍ରହରେ କାମ କରି ପାରିବ କି ? ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏହା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ, କାରଣ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣର ଅନୁପସ୍ଥିତିରେ, ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗର ବିସ୍ତାରଣ ହେବ ନାହିଁ । ମହାକାଶଚାରୀମାନଙ୍କର ନିୟମିତ ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ପରୀକ୍ଷା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କର ଓଜନ କିପରି ମପାଯାଏ ? ଏଠି ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ତରାଜୁ ବ୍ୟବହାର ହୁଏ କିନ୍ତୁ ତାହା ଭିନ୍ନ ନିୟମରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ମହାକାଶଚାରୀ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଚଉକିରେ ବସେ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ସହିତ ଗୋଟିଏ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଲାଗିଥାଏ . ଚିତ୍ର 13.7 । ଚଉକିରେ ମହାକାଶଚାରୀ ନ ବସିଥିବା ବେଳର ଓ ବସିଥିବା ବେଳର ଦୋଳନ କାଳ ଏକ ଇଲେକ୍ଟ୍ରନିକ୍ ଘଡ଼ି ସାହାଯ୍ୟରେ ନିରୂପଣ କରାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର 13.7: ମହାକାଶଚାରୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ମାପିବାକୁ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ତରାଜୁ

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

ଏଠାରେ m ହେଉଛି ଚଉକି ସହ ମହାକାଶଚାରୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ । ଚଉକିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଯଦି m_0 ହୁଏ । ତେବେ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 m_0}{k}$$

ମହାକାଶଚାରୀ ଥାଇ ଚଉକିର ଦୋଳନ କାଳ ହେଉଛି T_1 ଓ ମହାକାଶଚାରୀ ନ ଥିବା ବେଳର ଦୋଳନ କାଳ ହେଉଛି T_0 ।

ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟରୁ ବିୟୋଗ କରି, ଆମେ ପାଉ

$$T_1^2 - T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k}(m - m_0)$$

$$\Rightarrow m = \frac{k}{4\pi^2}\left(T_1^2 - T_0^2\right) + m_0$$

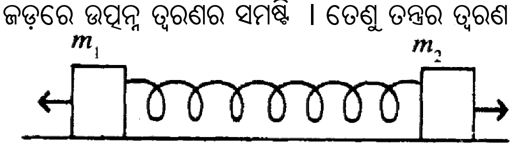
ଯେହେତୁ T_0 ଓ k ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଏବଂ ଜଣା ଅଛି, କେବଳ T_1 ର ମୂଲ୍ୟରେ ପରିବର୍ତ୍ତନରୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଜାଣି ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 13.3

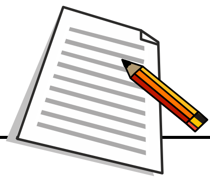
ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ k ଥିବା ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଥିବା m_1 ଓ m_2 ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଦୁଇଟି ବ୍ଲକ୍‌କୁ ନେଇ ଗଠିତ ଏକ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ଚିତ୍ର 13.8 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକରେ F ମାନର ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରି ପରସ୍ପରଠାରୁ ଦୂରକୁ ଟଣାଗଲା ଏବଂ ତା'ପରେ ଛାଡ଼ି ଦିଆଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜଡ଼ର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ହିସାବ କର । ଧରି ନିଅ ଯେ ବ୍ଲକ୍‌ମାନେ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ଚିକ୍କଣ ପୃଷ୍ଠରେ ଗତି କରୁଛନ୍ତି ।

ସମାଧାନ : ପରସ୍ପର ଠାରୁ ଟଣା ହେଲା ବେଳେ, ବ୍ଲକ୍‌ମାନଙ୍କର ବିସ୍ଥାପନ x_1 ଓ x_2 ହେଉ । ତେବେ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ରେ ହେଉଥିବା ବିସ୍ତାରଣ ହେଉଛି x_1+x_2 । ତେଣୁ m_1 ରେ ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି $k(x_1+x_2)/m_1$ ଏବଂ m_2 ରେ ତ୍ୱରଣ ହେବ $k(x_1+x_2)/m_2$ । ଯେହେତୁ ଏକା ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଉଭୟ ଜଡ଼ରେ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଛି, ଦୁଇଟି ଜଡ଼ ଓ ଜଡ଼ତ୍ୱ ବିହୀନ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଥିବା ତନ୍ତ୍ରର ଉପଲବ୍ଧ ତ୍ୱରଣ ହେବ ଉଭୟ ଜଡ଼ରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ୱରଣର ସମଷ୍ଟି । ତେଣୁ ତନ୍ତ୍ରର ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି

$$a = \frac{k(x_1 + x_2)}{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} = \frac{kx}{\mu}$$



ଚିତ୍ର 13.8 : ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସହ ସଂଯୁକ୍ତ ଜଡ଼କୁ ନେଇ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର



ଟିପ୍ପଣୀ

ଏଠାରେ $x = x_1 + x_2$ ହେଉଛି ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ବିସ୍ତାରଣ ଏବଂ μ ହେଉଛି ତନ୍ତ୍ରର ସମାନୀତ (reduced) ବସ୍ତୁତ୍ୱ । ତେଣୁ ତନ୍ତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜଡ଼ର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ହେଉଛି,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

ଏହି ଭଳି ବିଶ୍ଳେଷଣ H_2, Cl_2 ଓ HCl_2 ଭଳି ଦ୍ୱିପରମାଣୁକ ଅଣୁର କଂପନ୍ନ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 13.2

1. m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ର ଗୋଲାକର ବଲ୍ ଗୋଟିଏ r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲାକାର ପାତ୍ରର ଚିକ୍କଣ ଭିତର ପଟେ ନିମ୍ନତମ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଅଳ୍ପ ଦୂରତ୍ୱରେ ରଖାଯାଇଛି । ବଲ୍‌ର ଦୋଳନର ଆକୃତ୍ତିକାଳ ହିସାବ କର (ଚିତ୍ର 13.9) ।

....

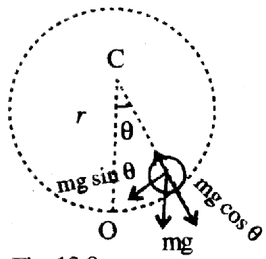


Fig. 13.9

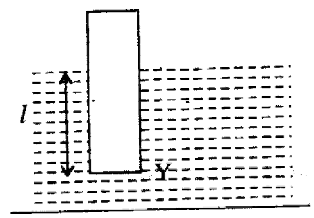


Fig.13.10

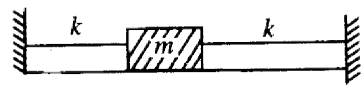


Fig. 13.11

2. m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭକ ρ ସାନ୍ଦ୍ରତାର ତରଳ ପଦାର୍ଥରେ ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ ଭାସୁଛି । ତରଳ ପଦାର୍ଥ ଭିତରେ ସ୍ତମ୍ଭକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି l । ଏହାର ଦୋଳନ ନିମିତ୍ତ ଆବୃତ୍ତିକାଳ ପାଇଁ ଏକ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ନିଗମନ କର (ଚିତ୍ର 13.10) ।

....

3. ଚିତ୍ର 13.11 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଦୁଇଟି ରବର ଫିତା ଲଗାଯାଇଥିବା ଏକ ଜଡ଼ ବସ୍ତୁର ଦୋଳନର ଆବୃତ୍ତି ହିସାବ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଫିତାର ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ହେଉଛି k (ଚିତ୍ର 13.11) ।

....

13.4. ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ଶକ୍ତି

ତୁମେ ଦେଖିଛ । ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତିର ସମୀକରଣ ରୂପ ହେଉଛି,

$$y = a\sin\omega t \qquad (13.11)$$

t ଯଦି $(t+\Delta t)$ କୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, y ର ପରିବର୍ତ୍ତନ $(y+\Delta y)$ କୁ ହୋଇଥାଏ ।

ତେଣୁ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା

$$(y+\Delta y) = a\sin\omega(t+\Delta t) = a\sin\omega(\omega t+\omega\Delta t)$$

$$= a[\sin\omega t\cos\omega\Delta t + \cos\omega t\sin\omega\Delta t]$$

ଯଦି $\Delta t \to 0$, $\cos\omega\Delta t \to 1$, ଏବଂ $\sin\omega\Delta t \to \omega\Delta t$ ତେଣୁ

$$y+\Delta y = a\sin\omega t + a\omega\Delta t\cos\omega t \qquad (13.12)$$

ସମୀକରଣ (13.11) କୁ ସମୀକରଣ (13.12)ରୁ ବିୟୋଗ କରି ଆମେ ପାଇବା

$Dy = Dt\ w\ \ a \cos wt$

ତେଣୁ $\quad Dy / Dt = w\ \ a \cos wt$

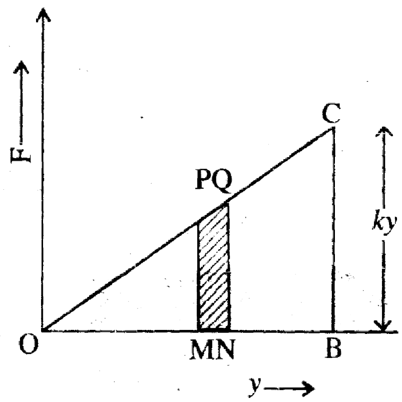
ଅଥବା $u = w\ \ a \cos wt \qquad (13.13)$

ଏଠାରେ $u = Dy / Dt$ ହେଉଛି t ସମୟରେ ଦୋଳକର ପରିବେଗ ।

ତେଣୁ ସେହି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଦୋଳକର **ଗତିଜ ଶକ୍ତି**

$K = (1/2)mu^2 = \ (1/2)\ mw^2a^2\cos^2 wt \quad (13.14)$

ସେହି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଦୋଳକର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ହିସାବ କରାଯାଉ । ବିସ୍ଥାପନ y ହେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ହେବ ky । ଏଠାରେ k ହେଉଛି ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ । ଏଥି ନିମିତ୍ତ ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ky ଓ ବିସ୍ଥାପନ y ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କରିବା । ଚିତ୍ର 13.12 ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଆମେ ଏକ ସରଳ ରେଖା ପାଇବା । ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ନିଆଯାଉ ଏବଂ x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅଭିଲମ୍ବମାନ PM ଓ QN ଟଣାଯାଉ । P ଓ Q ବିନ୍ଦୁ ପରସ୍ପରର ଅତି ନିକଟରେ ହୋଇଥିବାରୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ PQNM କୁ ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ଧରାଯାଇ ପାରେ । ଏହି ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି (ky Dy) । ବିସ୍ଥାପନରେ ଅଳ୍ପ ପରିମାଣ Dy ପରିବର୍ତ୍ତନ ନିମିତ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ବିରୋଧରେ ସଂପାଦିତ କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ସମାନ । O ରୁ B କୁ ବିସ୍ଥାପନ (= y) ନିମିତ୍ତ ସଂପାଦିତ କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜ OBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\frac{1}{2} k y^2$ । ସଂରକ୍ଷକ (conservative) ବଳ ବିରୋଧର ସଂପାଦିତ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦୋଳକର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି U କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ବିସ୍ଥାପନ y ହେଲେ ଦୋଳକର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି



ଚିତ୍ର 13.12 ବିସ୍ଥାପନ y ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ky ମଧ୍ୟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଚିତ୍ର

$U = \ \frac{1}{2}\ ky^2$

କିନ୍ତୁ $w^2 = k/m$ । ତେଣୁ ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବ୍ୟଞ୍ଜକରେ $k = mw^2$ ବଦଳାଇ, ଆମେ ପାଇବୁ

$U = \ \frac{1}{2}\ mw^2\ y^2$

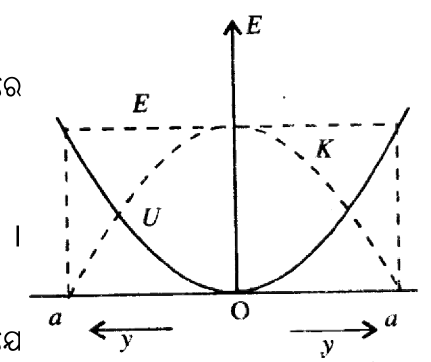
ପୁନରାୟ, ଯେ ହେତୁ $y = a \sin wt$, ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା ।

$U = \ \frac{1}{2}mw^2\ a^2 \sin^2 wt \qquad (13.15)$

ଏହି ଫଳକୁ ସମୀକରଣ (13.14) ସହିତ ମିଶ୍ରଣ କଲେ, ଯେ କୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଦୋଳକର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଶକ୍ତି ହେବ ।

$E = U + K = \frac{1}{2}\ mw^2\ a^2\ \ (\sin^2 wt + \cos^2 wt\ )$

$= \frac{1}{2}\ ma^2w^2 \qquad (13.16)$



ଚିତ୍ର 13.13 ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନରୁ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି, ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଏବଂ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ

ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି K ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି U ଏବଂ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଶକ୍ତି E ର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଚିତ୍ର 13.13 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଗ୍ରାଫ୍ ରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $y = 0$ ପାଇଁ, $K = E$ ଏବଂ $U = 0$ । ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାକୁ ବିସ୍ଥାପନ y ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ, ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହ୍ରାସ ହୁଏ କିନ୍ତୁ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ । ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନରେ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଶୂନ୍ କିନ୍ତୁ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ । ପ୍ରାନ୍ତ ଅବସ୍ଥାନରେ, ସମସ୍ତ ଶକ୍ତି ହେଉଛି ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି । ଯାହା ହେଲେ ମଧ୍ୟ, ମିଶ୍ରଣ $K + U = E$ ଏକ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 13.3

1. ଏକ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସର୍ବୋଚ୍ଚ - ଏହାର ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନରେ କି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବିସ୍ଥାପନ ଅବସ୍ଥାନରେ ? କେଉଁଠି ତ୍ୱରଣ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ।

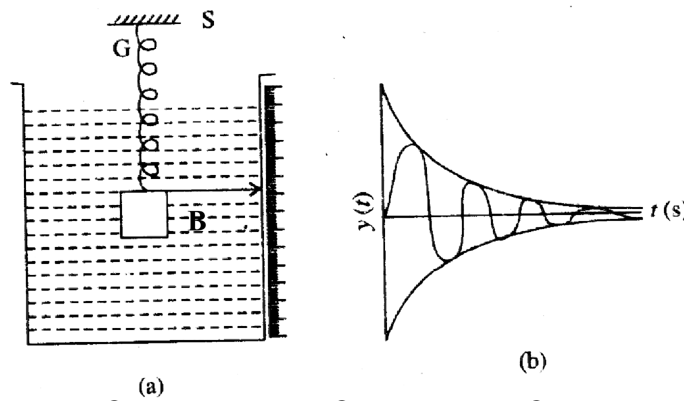
....

2. ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଆୟାମ ସମୟ ସହିତ କାହିଁକି ହ୍ରାସ ପାଏ ? ଆୟାମ ହ୍ରାସ ହେଲେ ଦୋଳକର ଶକ୍ତିର କ'ଣ ହୁଏ ?

....

13.5 ଅବମନ୍ଦିତ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋଳାୟମାନ ତନ୍ତ୍ରକୁ ସାଧାରଣତଃ ଘେରି ରହିଥାଏ ଏକ ଶ୍ୟାନ ମାଧ୍ୟମ । ଫଳରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋଳନରେ ଏହାର କିଛି ଶକ୍ତି ତାପ ରୂପରେ କ୍ଷୟ ହୁଏ । ଶକ୍ତି ହ୍ରାସ ସହିତ ଦୋଳନର ଆୟାମ ହ୍ରାସ ପାଏ । ବାୟୁରେ ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଆୟାମ କ୍ରମାଗତ ହ୍ରାସ ପାଏ । ଏଭଳି ଦୋଳନକୁ ମନ୍ଦିତ ଦୋଳନ କୁହାଯାଏ । **ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନ** ବୁଝିବା ନିମିତ୍ତ ପରୀକ୍ଷାଟି 13.2 ସଂପାଦନ କର ।



ଚିତ୍ର 13.14: ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ (a) ପରୀକ୍ଷା ବିନ୍ୟାସ (b) ଗ୍ରାଫ୍ ପ୍ରତିରୂପ

ତୁମ ପାଇଁ କାମ 13.2

ଏକ ଦୃଢ଼ ଆଧାର S ରୁ ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ G ଦ୍ୱାରା ଝୁଲା ଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଧାତବ ବ୍ଲକ୍ B ଦ୍ୱାରା ତିଆରି ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକ ନିଅ [ଚିତ୍ର 13.14 (a)] । ଏକ ଲମ୍ବା କାଚ ବିକରରେ ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ପାଣି ଭର୍ତ୍ତିକରି ଏପରି ରଖ ଯେ ବ୍ଲକ୍‌ଟି ଜଳ ପୃଷ୍ଠରୁ ପ୍ରାୟ 6 ସେ.ମି. ତଳେ ଏବଂ ବିକର୍ ନିମ୍ନତମ ଅଂଶରୁ ପ୍ରାୟ ସେତିକି ଉପରେ ରହିବ । ବ୍ଲକ୍‌ରେ ଲଗାଯାଇଥିବା ସୂଚକର ଠିକ୍ ବିପରୀତ ପଟେ ବିକ୍‌ର ଦେହରେ ଏକ ମିଲିମିଟର ସ୍କେଲ୍ (ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ) ଲଗାଅ । ବ୍ଲକ୍‌କୁ କିଛି ସେଣ୍ଟିମିଟର ତଳ ଆଡ଼କୁ ନିଅ ଏବଂ ଛାଡ଼ି ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଦୋଳନ ପରେ, ସୂଚକ ଉପର ମୁଣ୍ଡରେ ଥିଲା ବେଳେ ମିଲିମିଟର ସ୍କେଲ୍‌ରେ ମାପ ନିଅ ଏବଂ ସମୟ ମଧ୍ୟ ଲେଖି ରଖ । ତା'ପରେ ସମୟ ଓ ଦୋଳକର ଆୟାମ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର । ସମୟ ବୃଦ୍ଧି ସହିତ ଦୋଳନର ଆୟାମ ଗ୍ରାଫ୍ [ଚିତ୍ର 3.14 (b)] ଅନୁରୂପ ହ୍ରାସ ପାଉଛି କି ? ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ଦୋଳନକୁ ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନ କୁହାଯାଏ ।

13.6 ମୁକ୍ତ ଏବଂ ପ୍ରଣୋଦିତ କଂପନ : ଅନୁନାଦ

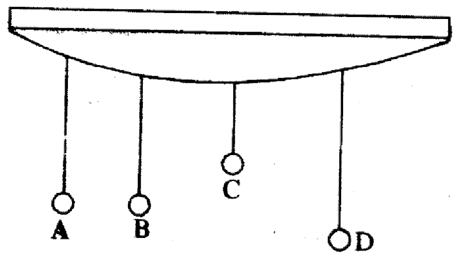
ଏହି ପରିଘଟଣାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ବୁଝିବାକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ରିୟାକଳାପଟି କର :

ତୁମ ପାଇଁ କାମ 13.3

ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡରେ ଦୃଢ଼ଭାବରେ ରଖାଯାଇଥିବା ଏକ ଟାଣ ଦଣ୍ଡ ନିଅ । ଖଣ୍ଡେ ଟାଣ କିନ୍ତୁ ଢିଲା ସୂତା ଲଗାଅ ଏବଂ ସେଥିରୁ ଚାରିଟି ସରଳ ଦୋଳକ A, B, C ଓ D ଚିତ୍ର 13.15 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଭଳି ଝୁଲାଅ । ଦୋଳକ A ଓ B ର

ଟିପ୍ପଣୀ

ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ କିନ୍ତୁ C ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କମ୍ ଏବଂ D ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ A ଓ B ଠାରୁ ଅଧିକ । ଦୋଳକ B ର ବବ୍‌ଟି ଓଜନିଆ । ଦୋଳକ B ରେ ଦୋଳନ ଆରମ୍ଭ କରାଅ । ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ କେତେ ମିନିଟ୍ ପରେ ଅନ୍ୟ ତିନିଟି ଦୋଳକ ମଧ୍ୟ ଦୋଳନ ଆରମ୍ଭ କରିବେ । (ଏହାର ଅର୍ଥ, ଯଦି କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଦୋଳକ ସଂଯୋଜିତ (coupled) ରହନ୍ତି, ତେବେ ସେମାନେ ଶକ୍ତି ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ କରନ୍ତି । ତରଙ୍ଗ ପ୍ରସାରଣରେ ଏହାର ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱ ଅଛି ।) ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବ A ର ଆୟାମ ଅଧିକ । କାହିଁକି ?



ଚିତ୍ର 13.15: କଂପନ ଓ ଅନୁନାଦ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋଳକ ଏକ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ଯାହାର ନିଜର ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ଆବୃତ୍ତି (natural frequency) ଅଛି । ଓଜନିଆ ବବ୍ ଥିବା ଦୋଳକ ତାହାର କମ୍ପନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋଳକ A,C ଓ D କୁ ସଂଚାରିତ କରେ । ଫଳରେ ଦୋଳକ A, C ଓ D *ନିଜର ସ୍ୱାଭାବିକ ଆବୃତ୍ତି ପରିବର୍ତ୍ତେ ଦୋଳକ B ର ଆବୃତ୍ତିରେ ଦୋଳନ କରିବାକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ ହୁଅନ୍ତି* / ଏହି ପରିଘଟଣାକୁ **ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନ** କୁହାଯାଏ । ଏହି ଦୋଳନ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସିଟିକୁ ଧରି ତୁମେ ଏହାକୁ C ବା D ର ଆବୃତ୍ତିରେ ଦୋଳନ କରିବାକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ କରିପାରିବ । ଉଭୟ C ଓ D ପ୍ରଣୋଦିତ ହେଉଛନ୍ତି B ର ଆବୃତ୍ତିରେ ଦୋଳନ କରିବାକୁ । ଅବଶ୍ୟ, ଦୋଳକ A ଯାହା ଉପରେ ଦୋଳକ B ର ଦୋଳନ ମଧ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଛି, ତାହା ନିଜର ସ୍ୱାଭାବିକ **ଆବୃତ୍ତି**ରେ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ଅଧିକ ଆୟାମରେ ଦୋଳନ କରିବ । ଏହି ପରିଘଟଣାକୁ **ଅନୁନାଦ** କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ଦୋଳାୟମାନ ତନ୍ତ୍ରର ଗତିକ୍ଷମ ଅଂଶ ଯଦି ତାହାର ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାନରୁ ବିସ୍ଥାପିତ କରି ଛାଡ଼ି ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ତାହା ସନ୍ତୁଳନ ଅବସ୍ଥାନରୁ ଏପଟରୁ - ସେପଟ-ଏପଟକୁ ଦୋଳନ କରେ । ତାହାର ଦୋଳନ ଆବୃତ୍ତି ତନ୍ତ୍ରର କେତେକ ପ୍ରାଚଳ (parameter) ଉପରେ ହିଁ କେବଳ ନିର୍ଭର କରେ । ଏ ଭଳି ଦୋଳନକୁ **ମୁକ୍ତ କମ୍ପନ** କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ଆବୃତ୍ତିରେ ତନ୍ତ୍ର ଦୋଳନ କରେ, ତାହାକୁ ତନ୍ତ୍ରର **ସ୍ୱାଭାବିକ ଆବୃତ୍ତି** (natural frequency) କୁହାଯାଏ । ବାହ୍ୟ ଆବର୍ତ୍ତୀ ବଳ ପ୍ରଭାବରେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ଯେତେବେଳେ ଦୋଳନ କରେ, ଦୋଳନକୁ **ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନ** କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନରେ, ବସ୍ତୁଟି ବାହ୍ୟ ବଳର ଆବୃତ୍ତିରେ ଦୋଳନ କରେ । ଯେଉଁ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ଉପରେ ଦୋଳନ ପ୍ରୟୋଗ ହୁଏ ତାହାକୁ ଚାଳିତ ତନ୍ତ୍ର (driven system) ଏବଂ ଯେଉଁ ତନ୍ତ୍ର ଦୋଳନ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କର, ତାହାକୁ ଚାଳକ (driver) ତନ୍ତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନରେ ଚାଳକ ଓ ଚାଳିତର ସ୍ୱାଭାବିକ ଆବୃତ୍ତି ସମାନ ଥାଏ, ତାହାକୁ **ଅନୁନାଦ** କୁହାଯାଏ । ଅନୁନାଦୀ ଦୋଳନରେ, ଚାଳକ ଓ ଚାଳିତ ପରସ୍ପରର ଦୋଳନର ପରିପୂରକ ହୁଅନ୍ତି ଏବଂ ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ଦୋଳନର ଆୟାମ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହୁଏ ।

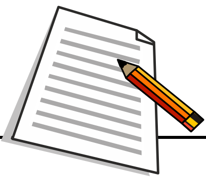
ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 13.4

1. ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ କଂପନଶୀଳ ଏକ ଟ୍ୟୁନିଙ୍ଗ ଫର୍କ ଅଗ୍ରକୁ ଚାପି ରଖିଲେ ତୀବ୍ର ଧ୍ୱନି ଶୁଣାଯାଏ । ଏହା ଅନୁନାଦ ଯୋଗୁଁ କି ପ୍ରଣୋଦିତ କଂପନ ଯୋଗୁଁ ହେଉଛି ? ତୁମ ଉତ୍ତର ପାଇଁ କାରଣ ଦିଅ । ତୀବ୍ର ଧ୍ୱନି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବାର କାରଣ କ'ଣ ?

....

2. କେତେକ ସଙ୍ଗୀତ ବାଦ୍ୟ ଯନ୍ତ୍ରରେ କାହିଁକି ଫମ୍ପା ସାଉଣ୍ଡ ବୋର୍ଡ଼ (boards) ବା ସାଉଣ୍ଡ ବାକ୍ସ (sound boxes) ଥାଏ ?

....



ଟିପ୍ପଣୀ

ଅଦ୍ଭୁତ ଘଟଣାମାନ ଓ ଅନୁନାଦ (Mysterious happenings and resonance)

1. ଯୁକ୍ତରାଷ୍ଟ୍ର ଆମେରିକାର ୱାଶିଙ୍ଗଟନ୍‌ରେ ଟାକୋମା ନାରୋସ ଝୁଲା ସେତୁ ଏହାର ଉନ୍ମୋଚନର ଛଅ ମାସ ମଧ୍ୟରେ 1940 ମସିହାରେ ଏକ ଝଡ଼ ସମୟରେ ଭୁଷୁଡ଼ି ପଡ଼ିଲା । ତୁହାକୁ ତୁହା ବହୁଥିବା ପବନର ଆବୃତ୍ତି ସେତୁର ସ୍ୱାଭାବିକ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ସମାନ ଥିଲା । ତେଣୁ ସେ ସେତୁକୁ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ଆୟାମରେ ଝୁଲାଇଲା । ଶେଷକୁ ଏପରି ଅବସ୍ଥା ହେଲା ଯେ ସେତୁରେ ଅତ୍ୟଧିକ ପ୍ରତିବଳ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇ ଏହା ଭୁଷୁଡ଼ି ପଡ଼ିଲା ।

ଦଳ ଦଳ ସୈନିକ ତା ଉପରେ ମାର୍ଚ୍ଚିଙ୍ଗ୍ (marching) କରି ଗଲାବେଳେ ଝୁଲା ପୋଲ ଭାଙ୍ଗିଯିବା ମଧ୍ୟ ଘଟିଛି । ସେଥିପାଇଁ ଏବେ ସୈନିକମାନଙ୍କୁ ସେତୁ ଉପରେ ଗଲାବେଳେ ଆଉ ସୈନିକ ଠାଣିରେ ଏକ ସମୟରେ ପାଦ ପକାଇବାକୁ ବାରଣ କରାଯାଏ ।

କାରଖାନା ଚିମନୀ ଏବଂ ଶୀତଳନ ନଳୀ (cooling tower) ପବନ ଦ୍ୱାରା ସନ୍ଦୋଳିତ ହୋଇ ଶେଷରେ ଭାଙ୍ଗିଯାଏ ।

2. ତୁମେ ହୁଏତ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହେଉଥିବ ଯେ ତୁମର ରେଡ଼ିଓ ବା ଟିଭିରେ ଟ୍ୟୁନର୍‌କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଇଚ୍ଛା କରୁଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କେନ୍ଦ୍ରକୁ କିପରି ପାଇ ପାରୁଛ ? ବାସ୍ତବରେ ଟ୍ୟୁନର୍ ଏକ ଇଲେକ୍ଟ୍ରନିକ ଦୋଳକ ଏବଂ ଏହାର ଆବୃତ୍ତି ବଦଳା ଯାଇ ପାରିବ । ଟ୍ୟୁନର୍‌ର ଆବୃତ୍ତି ଯେତେବେଳେ କୌଣସି କେନ୍ଦ୍ରର ପ୍ରସାରଣ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ଅନୁନାଦ ହୁଏ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରରୁ ପ୍ରସାରିତ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଆଣ୍ଟେନାରେ ଗୃହୀତ ହୁଏ ।

ତୁମେ କ'ଣ ଶିଖିଲ

- ଯେଉଁ ଗତି ସମାନ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ପୁନରାବର୍ତ୍ତ ହୁଏ, ତାହାକୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କୁହାଯାଏ ।

- ଏକ ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନରୁ ଏ ପଟରୁ - ସେପଟ-ଏପଟ ଗତିକୁ ଦୋଳନ ଗତି କୁହାଯାଏ ।

- ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରତି ସମାନୁପାତିକ ଏବଂ ବିପରୀତ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଏକ ବଳ ପ୍ରଭାବରେ ଗୋଟିଏ କଣିକା ଯଦି ସେହି ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁରୁ ଏ ପଟରୁ-ସେ ପଟ-ଏ ପଟକୁ ଆବର୍ତ୍ତନ ଗତି କରେ, ତେବେ କଣିକାଟି ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କରୁଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

- କଣିକାଟିଏ ଥରେ ଦୋଳନ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ନିମନ୍ତେ ଆବଶ୍ୟକ କରୁଥିବା ସମୟକୁ ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ବା ଆବର୍ତ୍ତନ ଅବଧି କୁହାଯାଏ ।

- ଦୋଳକ ଏକ ସେକେଣ୍ଡରେ ସମାପ୍ତ କରୁଥିବା କଂପନର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆବୃତ୍ତି କୁହାଯାଏ ।

- ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ କଣିକାର ଅବସ୍ଥାନ ଏବଂ ଗତିର ଦିଗ ଯେଉଁ କୋଣର ସାଇନ୍ କିମ୍ବା କୋସାଇନ୍ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ, ତାହାକୁ କଳା କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

- କଳା କୋଣର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାରକୁ କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି କୁହାଯାଏ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, $w = 2p/T = 2pn$ । ଏଠାରେ w ହେଉଛି rad s^{-1} ରେ କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି, n ହେଉଛି ଆବୃତ୍ତି ହର୍ଜରେ (ସଂକେତ- Hz) ଏବଂ T ହେଉଛି ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ଏବଂ ଅବଧି ସେକେଣ୍ଡରେ ।

- ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତିର ସମୀକରଣ ହେଉଛି

$$y = a \sin(wt + f_o)$$

ଅଥବା

$$y = a\,w \cos(wt + f_o)$$

ଏଠାରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନରୁ ବିସ୍ଥାପନ ହେଉଛି y ଏବଂ f_o ହେଉଛି ପ୍ରାରମ୍ଭ କଳା କୋଣ $(t = 0)$ ରେ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ı ଏକ କଂପନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ସ୍ୱଂୟ ଦୋଳନ କରୁଥିଲେ, କଂପନକୁ ମୁକ୍ତ କମ୍ପନ କୁହାଯାଏ । କିନ୍ତୁ ଯଦି ଏକ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ଏକ ବାହ୍ୟ ତନ୍ତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଚାଳିତ ହୁଏ ତେବେ ଏହାର କଂପନକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ କଂପନ କୁହାଯାଏ । ଯଦି ଚାଳକର ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ଚାଳିତର ଆବୃତ୍ତି ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ଅନୁନାଦ ନାମକ ପରିଘଟଣା ହୁଏ ।

ପାଠାନ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

1. ଏକ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ଏବଂ ଏକ ଦୋଳନ ଗତି ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ ।

2. ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କ'ଣ ?

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଫଳନ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି (i) ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନ (ii) ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନ କିନ୍ତୁ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ନୁହେଁ (iii) ଅନାବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ସୂଚାଉଛି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତିର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ଦିଅ ।

(1) $\sin wt + \cos wt$ (2) $1 + w^2 + t$ (3) $3 \cos (wt - p/4)$

4. ଗୋଟିଏ ହୁକ୍‌ରେ ଲଗାଯାଇଥିବା ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ରୁ ଝୁଲୁଥିବା ଏକ 0.1 କେ.ଜି ଜଡ଼ର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ହେଉଛି ସେକେଣ୍ଡ । ସେହି ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ରେ ଝୁଲାଯାଇଥିବା 0.9 କେ.ଜି. ଜଡ଼ ନିମିତ୍ତ ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ହିସାବ କର ।

5. କଳା କୋଣ କ'ଣ ? ଏହାର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ କି ସଂପର୍କ ଅଛି ?

6. ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର $T = 2p\sqrt{m/k}$ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ସରଳ ଦୋଳକର ଆବର୍ତ୍ତୀ କାଳ କାହିଁକି ବବ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ?

7. ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନରତ କଣିକାର ତ୍ୱରଣର ପରିମାଣ କେତେବେଳେ ସର୍ବାଧିକ ? ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ କେତେବେଳେ ସର୍ବାଧିକ ?

8. ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଉପରେ ସମ ବୃତ୍ତୀୟ ଗତିର ପ୍ରକ୍ଷେପଣ ହେଉଛି ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି । ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ନିମିତ୍ତ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ସଂଜ୍ଞାରେ ନିଗମନ କର ।

9. ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ଗତିଜ ଶକ୍ତି, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଏବଂ ସମଗ୍ର ଶକ୍ତି ନିମିତ୍ତ ବ୍ୟଞ୍ଜକମାନ ନିଗମନ କର ।

10. ଏକ ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି U , ଗତିଜ ଶକ୍ତି K ଏବଂ ସମଗ୍ର ଶକ୍ତି E ସନ୍ତୁଳନ ଅବସ୍ଥାନରୁ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ କି ଭଳି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, ଗ୍ରାଫ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଦର୍ଶାଅ ।

11. ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଗୋଟିଏ ଗତିଶୀଳ କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ସମୀକରଣ $x = a \cos wt + b \sin wt$ ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଉଛି । କଣିକାର ଗତି ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ କି ? ତୁମର ଉତ୍ତର ଯଦି ନାହିଁ, ବୁଝାଅ କାହିଁକି ? ତୁମର ଉତ୍ତର ଯଦି ହଁ ହୁଏ, କଂପନର ଆୟାମ ଓ କଳା କୋଣ ହିସାବ କର ।

12. ଏକ ସରଳ ଦୋଳକ 0.04 ମିନିଟ୍ ଆୟାମ ସହିତ ଦୋଳନ କରୁଛି । ଏହାର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ 10s ହେଲେ, ସର୍ବାଧିକ ପରିବେଗ ହିସାବ କର ।

13. ପୃଥିବୀର କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଖୋଳାଯାଇଥିବା ଏକ ଘର୍ଷଣ ବିହୀନ ନଳୀ ମଧ୍ୟକୁ ଗୋଟିଏ ପେଣ୍ଡୁ ପଡ଼ିଥିବା କଳ୍ପନା କର । ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ସଂଜ୍ଞାରେ ଏହାର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ ନିମନ୍ତେ ଏକ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ନିଗମନ କର ।

14. $m = 2$ କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବ୍ଲକ୍ ଦୁଇଟି ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସହିତ ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଥିବା ଚିତ୍ର 13.16 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍‌ର ବଳ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ହେଉଛି $k = 400\ \mathrm{Nm}^{-1}$ । ସନ୍ତୁଳନ ଅବସ୍ଥାନରୁ ବ୍ଲକ୍ 0.05 ମିଟର୍ ବିସ୍ଥାପିତ କରାଗଲା ଏବଂ ତା'ପରେ ଛାଡ଼ି ଦିଆଗଲା ।

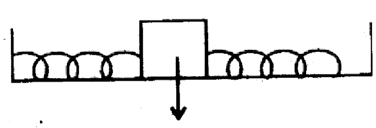
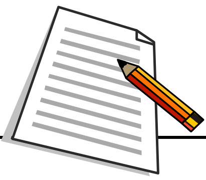


Fig.13.16

ହିସାବ କର (a) ବ୍ଲକ୍‌ର କୌଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି w (b) ଏହାର ସର୍ବାଧିକ ବେଗ (c) ଏହାର ସର୍ବାଧିକ ତ୍ୱରଣ, ଏବଂ ଏହା ଅବମନ୍ଦିତ ହୋଇ ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥାକୁ ଆସିବା ନିମିତ୍ତ ଅପଚୟ ହୋଇଥିବା ସମଗ୍ର ଶକ୍ତି ।



ଟିପ୍ପଣୀ

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀର ଉତ୍ତର

13.1

1. ଏକ ଗତି ଯାହାକି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ନିଜକୁ ପୁନରାବୃତ୍ତ କରେ ତାହାକୁ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି କୁହାଯାଏ । ସମାନ ପଥରେ ଏ ପଟୁ - ସେ ପଟ୍ - ଏପଟ୍ କୁ ଯାଉଥିବା ଗତିକୁ ଦୋଳନ ଗତି କୁହାଯାଏ । ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ଦୋଳନ ଗତି ହୋଇପାରେ ବା ନ ହୋଇପାରେ କିନ୍ତୁ ସମସ୍ତ ଦୋଳନ ଗତି ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ନିଶ୍ଚିତ ।

2. (ii), (iv), (v)

3. (i) ଦୋଳକର ଏ ପଟୁ - ସେ ପଟ - ଏପଟକୁ ଗତି (ii) କକ୍ଷରେ ଏକ ଗ୍ରହର ଗତି

13.2

1. ସନ୍ତୁଳନ ଅବସ୍ଥାନରୁ x ଦୂରତ୍ୱ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ଥାପିତ ଏକ ବଲ୍ ଉପରେ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ହେଉଛି -

$mg \sin q = mg\, q = mg\, x/r \quad \backslash\ w = \sqrt{g/r}$

2. y ଦୂରତ୍ୱ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତଳକୁ ଠେଲା ଗଲେ, ସ୍ତମ୍ଭକ ଅନୁଭବ କରିବ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱଗାମୀ ବଳ y a r g ।

ତେଣୁ $\omega^2 = \dfrac{\alpha\rho g}{m}$ ଏବଂ $m = a\ l\ r$

ଭାସନ ନିୟମରୁ, m = ବ୍ଲକ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ । ତେଣୁ $w^2 = g/l$ ବା $T = 2p\sqrt{l/g}$

3. $w^2 = k/m$ ତେଣୁ $n = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{k/m}$ । ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଜଡ଼ତି ବିସ୍ଥାପିତ ହେଲେ, ଫିତା ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ଫିତା ଯୋଗୁଁ ପ୍ରତ୍ୟାନୟନ ବଳ ହେବ ।

13.3.

1. ସନ୍ତୁଳନ ଅବସ୍ଥାନ ବା ମାଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନରେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ; ବିସ୍ଥାପନ ସର୍ବାଧିକ ହେଲେ ତ୍ୱରଣ ସର୍ବାଧିକ ହେବ ।

2. ଦୋଳନ କରିବା ସହିତ ଦୋଳକ ବାୟୁର ଶ୍ୟାନ ପ୍ରତିରୋଧ ଏବଂ ଝୁଲୁଥିବା ଆଧାରରେ ଘର୍ଷଣ ବିରୋଧରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ କରେ । ଏହି ସଂପାଦିତ କାର୍ଯ୍ୟ ତାପ ରୂପରେ ଅପଚୟ ହୁଏ । ଫଳରେ ଆୟାମ ହ୍ରାସ ପାଏ ।

13.4.

1. ଚାଳକ କୁହାଯାଉଥିବା ଏକ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ଯେତେବେଳେ ଚାଳିତ କୁହାଯାଉଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ଦୋଳନକ୍ଷମ ତନ୍ତ୍ର ଉପରେ ଏକ ଆବର୍ତ୍ତୀ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରେ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ତନ୍ତ୍ର ପ୍ରଥମ ତନ୍ତ୍ରର ଆବୃତ୍ତିରେ ଦୋଳନ କରିବାକୁ ହୁଏ, ତେବେ ଏହି ପରିଘଟଣାକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଣୋଦିତ କଂପନର ଯେଉଁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅବସ୍ଥାରେ ଚାଳକର ଆବୃତ୍ତି ଚାଳିତର ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ସେହି ପରିଘଟଣାକୁ ଅନୁନାଦ କୁହାଯାଏ ।

2. ଟେବୁଲ୍‌ର ଉପର ପଟା ନିଜର ସ୍ୱାଭାବିକ ଆବୃତ୍ତି ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଟ୍ୟୁନିଙ୍ଗ୍ ଫର୍କର ଆବୃତ୍ତିରେ କଂପନ କରିବାକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ ହୁଏ । ତେଣୁ ଏହା ପ୍ରଣୋଦିତ କଂପନର ଉଦାହରଣ ଦର୍ଶାଉଛି । ଯେହେତୁ ଅଧିକ କ୍ଷେତ୍ର କଂପନ କରୁଛି, ଧ୍ୱନିର ତୀବ୍ରତା ବୃଦ୍ଧି ପାଏ ।

3. ଯନ୍ତ୍ର ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ସ୍ୱରର ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ବାକ୍ସର ଧ୍ୱନି ବାକ୍ସ କଂପନ କରିବାକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ ହୁଏ । ଯେହେତୁ ଏକ ବିଶାଳ କ୍ଷେତ୍ର କଂପନ ହୁଏ, ଉତ୍ପନ୍ନ ସ୍ୱରର ତୀବ୍ରତା ବୃଦ୍ଧି ପାଏ ଏବଂ ଏହାର ଅବଧି ହ୍ରାସ ପାଏ ।

ପାଠାନ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀର ଉତ୍ତର

4. 3 ସେକେଣ୍ଡ ।

11. $A = \sqrt{a^2 + b^2}$, $q = \tan^{-1}(a/b)$

12. $\dfrac{2}{\pi} \times 10^{-3}\ \mathrm{ms^{-1}}$

14. (a) $14.14\ \mathrm{s^{-1}}$ (b) $0.6\ \mathrm{ms^{-1}}$ (c) $0.3\ \mathrm{ms^{-2}}$ (d) 0.5 J