ଟିପ୍ପଣୀ

7

ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଗତି

(Motion of Rigid body)

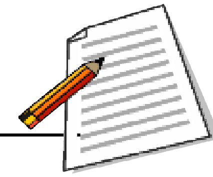
ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତୁମେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ, ଯାହାକୁ କି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବା କଣିକା ଭାବେ ନିଆଯାଏ, ତାହାର ଗତି ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଛ । ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନ ବା ମେକାନିକ୍ସର ନିୟମମାନ ଜାଣିବାକୁ ଏହି ସରଳୀକରଣ ଯଥେଷ୍ଟ ଉପଯୋଗୀ । କ୍ଷୁଦ୍ର ପଥରଖଣ୍ଡରେ ଲକ୍ଷାଧିକ କଣିକା ଥାଏ । ଆମେ କ'ଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସମୀକରଣ, ଏପରି ଲକ୍ଷାଧିକ ସମୀକରଣ ଲେଖୁ ? ଅଥବା ଏଥି ନିମିତ୍ତ କୌଣସି ସରଳ ପଦ୍ଧତି ଅଛି ? ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଖୋଜି ତୁମେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (centre of mass) ଓ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (moment of inertia) ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବ । ରୈଖିକ ଗତି ଅନୁଶୀଳନରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱ (mass) ର ଉପଯୋଗିତା ସହ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ (rotational) ଏମାନଙ୍କର ଭୂମିକା ତୁଳନୀୟ ।

ଏତଦ୍‌ବ୍ୟତୀତ, କୌଣୀୟ ସଂବେଗ (angular momentum) ନାମକ ବିଶେଷ ଧାରଣା (concept) ସଂପର୍କରେ ମଧ୍ୟ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବ । ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ତନ୍ତ୍ର (system) ଉପରେ କୌଣସି ବାହ୍ୟ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ନ ହେଲେ, ଏହି ସଂସ୍ଥାର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷିତ ହୁଏ । ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ଯଥେଷ୍ଟ ଆନୁଷଙ୍ଗିକତା (implication) ଅଛି । ସନ୍ତରଣକାରୀମାନେ ଡାଇଭିଙ୍ଗ ବୋର୍ଡ଼ (diving board) ରୁ ତଳେ ଥିବା ପାଣିକୁ କିପରି ଓଲଟ ଡିଆଁ ମାରନ୍ତି, ତାହା ବୁଝିବା ପାଇଁ ଏହା ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠର ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ ତୁମେ:

- *ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସଂଜ୍ଞା ଦେଇପାରିବ;*
- *ଗୋଟିଏ ଦୃଢ଼ବସ୍ତୁର ଗତି କିପରି ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ (translational) ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ସମାହାର; ତାହା ଜାଣିପାରିବ*
- *ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସଂଜ୍ଞା ଦେଇ ପାରିବ ଏବଂ ସମାନ୍ତର ଓ ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟର ସଂଜ୍ଞା କହି ପାରିବ;*
- *ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (torque) ର ସଂଜ୍ଞା ଦେଇପାରିବ ଏବଂ ଏହା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଦିଗ ନିରୂପଣ କରି ପାରିବ;*
- *ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଗତିର ସମୀକରଣ ଲେଖି ପାରିବ ;*
- *କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ତତ୍ତ୍ୱ ଲେଖିପାରିବ ଏବଂ*
- *ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ଗତିଶୀଳ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି ଶେଷରେ ଉପଲବ୍ଧ ଅନ୍ତିମ ପରିବେଗ ହିସାବ କରି ପାରିବ ।*



ଟିପ୍ପଣୀ

7.1. ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ

ପୂର୍ବରୁ କୁହାଯାଇଛି ଆଲୋଚନାକୁ ସରଳ କରିବା ନିମିତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ - ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଭଳି ଆଦର୍ଶ ଧାରଣାର ଉପଯୋଗ କରାଯାଏ । ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପାରସ୍ପରିକ କ୍ରିୟା କରୁଥିବା ସଂପ୍ରସାରିତ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତ୍ୱ ଯଦି ସେମାନଙ୍କର ଆକାର ତୁଳନାରେ ଯଥେଷ୍ଟ ଅଧିକ ହୁଏ, ତେବେ ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂପ୍ରସାରିତ ବସ୍ତୁକୁ (extended body) ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ-ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଭାବେ ନିଆଯାଇପାରେ । ତୁମେ ଏପରି ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦେଇ ପାରିବ କି ଯେଉଁଠାରେ ବସ୍ତୁର ଆକାରର କୌଣସି ଗୁରୁତ୍ୱ ନାହିଁ ? ଜ୍ୟୋତିର୍ମଣ୍ଡଳ (gallaxy) ତୁଳନାରେ ତାରକାର ଆକାର କ୍ଷୁଦ୍ର । ତେଣୁ ତାରକାମାନଙ୍କୁ ବିନ୍ଦୁ-ବସ୍ତୁତ୍ୱ କୁହାଯାଇପାରେ । ସେହିପରି ପୃଥିବୀ - ଚନ୍ଦ୍ର ତନ୍ତ୍ରରେ ଚନ୍ଦ୍ରର ଆକାରକୁ ଉପେକ୍ଷା କରାଯାଇପାରେ । କିନ୍ତୁ ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଆଲୋଚନା ସମୟରେ ବସ୍ତୁର ଆକାରକୁ ଉପେକ୍ଷା କରି ହେବ ନାହିଁ । ଏକ ତନ୍ତ୍ରର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଆଲୋଚନା କଲେ, ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ଧରି ନେଉ ଯେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମୟରେ ଏହି ତନ୍ତ୍ରର ଗଠନକାରୀ କଣିକାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଏହିଭଳି ତନ୍ତ୍ରକୁ ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ଏପରି ଏକ ବସ୍ତୁ ଯେଉଁଥିରେ କି ଏହାକୁ ଗଠନ କରିଥିବା କଣିକାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତ୍ୱ ବସ୍ତୁର ଗତି ଯୋଗୁଁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।

ଏହି ସଂଜ୍ଞାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଗତି ସମୟରେ ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଆକୃତି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଅବଶ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ-ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଭଳି ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟ ଏକ ଆଦର୍ଶ ଧାରଣା, କାରଣ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ମାତ୍ରାଧିକ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ବସ୍ତୁକୁ ଗଠନ କରିଥିବା କଣିକାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯେତେ କମ୍ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଦୂରତ୍ୱ ବଦଳେ । ତେଣୁ ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ସାଧାରଣତଃ ଏକ ଘନ (solid) ବସ୍ତୁକୁ ପ୍ରାୟ ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ଭାବେ ନିଆଯାଇପାରେ । ଗୋଟିଏ କ୍ରିକେଟ ବଲ୍, ଇସ୍ପାତ ଚକି, ଖଣ୍ଡେ କାଠ ଗୁଟିକା, ଏବଂ ଏପରିକି ପୃଥିବୀ ଓ ଚନ୍ଦ୍ରକୁ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ଭାବରେ ନିଆଯାଇପାରେ ।

ଗୋଟିଏ ବାଲ୍‌ଟିରେ ଥିବା ଜଳକୁ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଇ ପାରିବ କି ? ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ବାଲ୍‌ଟିରେ ଥିବା ଜଳକୁ ଦୃଢ଼ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଇ ପାରିବନି କାରଣ ବାଲ୍‌ଟି ଘୂରାଇବା ସହିତ ଜଳର ଆକୃତି ବଦଳେ । ତେଣୁ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ସଂପର୍କରେ ତୁମ ଯାହା ଜାଣିଛ, ତା'ର ଏକ ସମୀକ୍ଷା କରିବାକୁ ଚାହିଁ ପାର ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 7.1

1. ଛଅଖଣ୍ଡ କାଠିର ଏକ ଫ୍ରେମ୍ ତିଆରି ହୋଇଛି । କାଠିଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହିତ ଦୃଢ଼ ଭାବରେ ଯୋଡ଼ା ହୋଇଛନ୍ତି । ଏହି ତନ୍ତ୍ରକୁ ଦୃଢ଼ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଇପାରିବ କି ?

   ....

2. ଏକ ବାଲୁକାସ୍ତୁପକୁ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଇପାରିବ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରକୁ ବୁଝାଅ ।

   ....

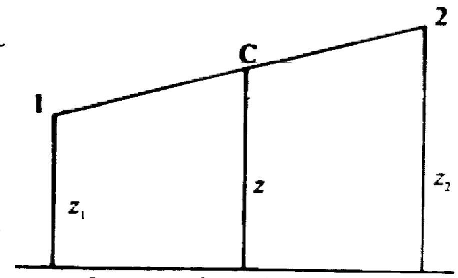
7.2. ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (Centre of mass)

ଅନେକ କଣିକା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଏକ ସରଳ ବିଷୟ ଚିନ୍ତା କରିବା । ମନେକର, ଏକ ଓଜନବିହୀନ (weightless) ଓ ଅବିସ୍ତାରକ (inextensive) ଦଣ୍ଡ ଦ୍ୱାର ଦୁଇଟି ସମବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ କଣିକା ସଂଯୁକ୍ତ ଥିବା ଏକ ତନ୍ତ୍ର ଅଛି । *ତୁମେ ଏହି ତନ୍ତ୍ରକୁ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କହିପାରିବ କି ?*

ଏହି ତନ୍ତ୍ରରେ ଦୁଇଟି କଣିକା ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତ୍ୱ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ମନେକର କଣିକାଦ୍ୱୟ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠତଳରୁ z_1 ଓ z_2 ଉପରେ ଅଛନ୍ତି (ଚିତ୍ର 7.1) ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ମନେକର, ଯେଉଁ ସୀମିତ ପରିସର ମଧ୍ୟରେ କଣିକଦ୍ୱୟ ଗତି କରୁଛନ୍ତି, ସେଠାରେ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣୀୟ ବଳ ସମାନ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବଳ ହେଉଛି mg । ତେଣୁ ତନ୍ତ୍ର ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ସମଗ୍ର (total) ବଳ ହେଉଛି $2mg$ । ଆମକୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ତନ୍ତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଏପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁ C ନିରୂପଣ କରିବାକୁ ହେବ ଯେପରିକି ସେହି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯଦି $2mg$ ବଳ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠତଳରୁ z ଉଚ୍ଚତାରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ, ତେବେ ତନ୍ତ୍ରର ଗତି ପୂର୍ବର ଦୁଇଟି ବଳ ଥିବା ଭଳି ହେବ । କଣିକା 1 ଓ 2 ର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଯଥାକ୍ରମେ mgz_1 ଓ mgz_2 । କିନ୍ତୁ $2mgz$ ରେ ଥିବା କଣିକାର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ହେଉଛି $2mgz$ । ଯେହେତୁ ଏହା କଣିକାଦ୍ୱୟର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା



ଚିତ୍ର 7.1 : ଦ୍ୱିକଣିକା ତନ୍ତ୍ର

$$2mgz = mgz_1 + mgz_2 \qquad (7.1)$$

ଅଥବା $$z = \frac{z_1 + z_2}{2} \qquad (7.2)$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, C ବିନ୍ଦୁ କଣିକାଦ୍ୱୟଠାରୁ ସମାନ ଦୂରତ୍ୱରେ ଅଛନ୍ତି । କିନ୍ତୁ କଣିକାଦ୍ୱୟର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସମାନ ନ ହେଲେ, ଏହି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥଳରେ ରହିବ ନାହିଁ । ଯଦି କଣିକା 1 ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1 ଓ କଣିକା 2 ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_2 ହୁଏ, ତେବେ ସମୀକରଣ (7.1) ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେବ,

$$(m_1+m_2)gz = m_1gz_1+m_2gz_2 \qquad (7.3)$$

ତେଣୁ $$z = \frac{m_1z_1 + m_2z_2}{m_1 + m_2} \qquad (7.4)$$

C ବିନ୍ଦୁକୁ ତନ୍ତ୍ରର **ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (CM)** କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଗାଣିତିକ ସଂଜ୍ଞା ମାତ୍ର ଏବଂ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ବୋଲି କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ଭୌତିକ ସତ୍ତା ନାହିଁ ।

ଏହି ଧାରଣାକୁ ବୁଝିବାକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଯତ୍ନ ସହକାରେ ଅନୁଧାନ କର ।

ଉଦାହରଣ 7.1

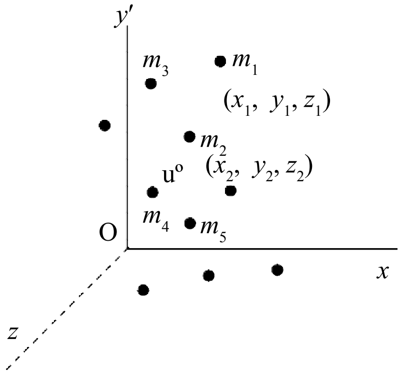
ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚିତ ଦ୍ୱି-କଣିକା ତନ୍ତ୍ରରେ ଯଦି ଗୋଟିଏ କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଅନ୍ୟଟିର ଦୁଇଗୁଣ ହୁଏ, ତେବେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (CM) ର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : $m_1 = m$ ଏବଂ $m_2 = 2m$ । ତେଣୁ ସମୀକରଣ (7.4) ରୁ ମିଳେ

$$z = \frac{mz_1 + 2mz_2}{(m + 2m)} = \frac{z_1 + 2z_2}{3}$$

ଯଦି ବସ୍ତୁଟି ବହୁସଂଖ୍ୟକ କଣିକାର ସମଷ୍ଟିରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ ତେବେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସଂଜ୍ଞା ପାଇଁ ଆମେ ସମୀକରଣ (7.4) କୁ ବ୍ୟାପକ କରିବାକୁ ହେବ । *ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ତନ୍ତ୍ର (co-ordinate system) ରେ ଯଦି m_1 ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ କଣିକାର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x_1, y_1, z_1) ଏବଂ m_2 ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ କଣିକାର ସେହି*

ନିର୍ଦ୍ଦେଶତନ୍ତ୍ରରେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x_2, y_2, z_2) ହୁଏ (ଚିତ୍ର 7.2) ଏବଂ ଏହିଭଳି ଅନ୍ୟ କଣିକାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ହେଲେ, ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେବ,



ଚିତ୍ର 7.2 ବହୁକଣିକା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{M} \qquad (7.5)$$

ସେହିଭଳି $$y = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i y_i}{M} \qquad (7.6)$$

ଏବଂ $$z = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i z_i}{M} \qquad (7.7)$$

ଏଠାରେ $\sum_{i=1}^{N} m_i$ ସମସ୍ତ କଣିକାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସୂଚାଉଛି ଏବଂ ତେଣୁ $\sum_{i=1}^{N} m_i$ ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ସମଗ୍ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ M ।

ଆମେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସଂଜ୍ଞା ଏତେ ସୁନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ (precise) ଭାବେ କାହିଁକି ନିରୂପଣ କରିବା ?

ମନେ ପକାଅ, ବିସ୍ଥାପନ (displacement) ର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାର ହେଉଛି ପରିବେଗ (velocity) ଏବଂ ପରିବେଗର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ହେଉଛି ତ୍ୱରଣ (acceleration) । x- ଦିଗରେ ଯଦି କଣିକା 1 ର ତ୍ୱରଣର ଉପାଂଶ (component) a_{1x} ଭାବେ ସୂଚାଯାଏ, ତେବେ ସମୀକରଣ (7.5) ରୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

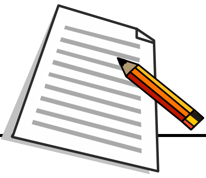
$$Ma_x = m_1 a_{1x} + m_2 a_{2x} + \ldots\ldots\ldots \qquad (7.8)$$

ଏଠାରେ a_x ହେଉଛି x- ଦିଗରେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ତ୍ୱରଣ । ଏକାଭଳି ସମୀକରଣ y- ଅକ୍ଷ ଓ z ଅକ୍ଷ ପାଇଁ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ଏ ସମସ୍ତ ସମୀକରଣ ଭେକ୍ଟର ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ :

$$M\mathbf{a} = m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2 + \ldots\ldots\ldots \qquad (7.9)$$

କିନ୍ତୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ ତ୍ୱରଣର ଗୁଣନଫଳ ହେଉଛି ବଳ । ତେଣୁ $m_1 a_1$ ହେବ କଣିକା 1 ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବଳର ସମଷ୍ଟି । ସେହିଭଳି $m_2 a_2$ ହେଉଛି କଣିକା 2 ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବଳ ସମୂହ । ତେଣୁ ସମୀକରଣ (7.9) ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ମିଳେ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ସାମଗ୍ରିକ ବଳ ।

ଟିପ୍ପଣୀ



ଟିପ୍ପଣୀ

ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବଳ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ହୋଇପାରେ । କେତେକ ବଳ ବସ୍ତୁ ବାହାରୁ ଆସିଥାଏ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ **ବାହ୍ୟ ବଳ** (external force) କୁହାଯାଏ । ଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମର ଜଣାଶୁଣା ବଳ ହେଉଛି **ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ** (gravitational force) । ଆହୁରି କେତେକ ବଳର ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ବସ୍ତୁକୁ ଗଢ଼ିଥିବା କଣିକାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପାରସ୍ପରିକ କ୍ରିୟା ଯୋଗୁଁ । ସେମାନଙ୍କୁ **ଆଭ୍ୟନ୍ତରିକ ବଳ** କୁହାଯାଏ । ଏହାର ଏକ ଜଣାଶୁଣା ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ସଂସଜୀ ବଳ (cohesive force) ।

ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମସ୍ତ ଆଭ୍ୟନ୍ତରିକ ବଳର ସମଷ୍ଟି ଶୂନ ଅଟେ କାରଣ ଗୋଟିଏ ବଳ ସହିତ ସର୍ବଦା ଏକ ବିପରୀତମୁଖୀ ବଳ ରହେ ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରର ପ୍ରଭାବକୁ ପ୍ରତିହତ କରନ୍ତି । ତେଣୁ ବସ୍ତୁର ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକାର ତ୍ୱରଣ ତାହା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ବାହ୍ୟ ବଳମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଯୋଗୁଁ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ଦୃଷ୍ଟିରୁ ସମୀକରଣ (7.9) କୁ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା

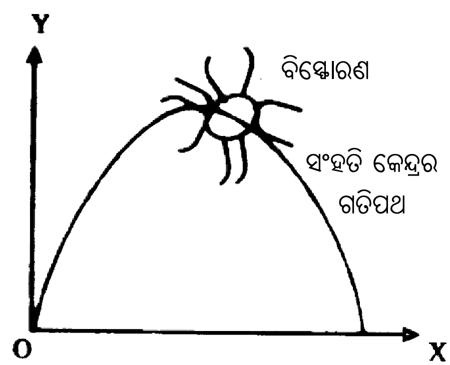
$$\mathrm{M}\,\mathbf{a} = \boldsymbol{F}_{ext}$$

ଏଥିରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ **ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଏପରି ଗତି କରେ ଯେ ଯେପରିକି ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସେହି ବିନ୍ଦୁରେ ଠୁଳ ହୋଇଛନ୍ତି ଏବଂ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ସମସ୍ତ ବାହ୍ୟବଳ ଏକତ୍ର ସେହି ବିନ୍ଦୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛନ୍ତି ।**

ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣରେ ଏହି ସରଳୀକରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ନିୟୁତ ନିୟୁତ କଣିକା କଥା ଚିନ୍ତା ନ କରି ଆମେ କେବଳ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ କଲେ ବସ୍ତୁର ଗତି ନିରୂପଣ କରିପାରିବା । ବସ୍ତୁର ଗତି କେବଳ ବାହ୍ୟ ବଳ ଦ୍ୱାରା ନିୟନ୍ତ୍ରିତ ହୁଏ ଏବଂ ଆଭ୍ୟନ୍ତରିକ ବଳମାନଙ୍କର ଏଥିରେ କୌଣସି ଭୂମିକା ନାହିଁ, ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରୁ ଅନେକ ଆଗ୍ରହ ଥିବା ବିଷୟ ଜାଣିବାକୁ ମିଳେ ।

ତୁମେ ଏକ ପ୍ରକ୍ଷିପ୍ତ (projectile) ର ଗତି ବିଷୟରେ ଜାଣିଛ । *ଗୋଟିଏ ପ୍ରକ୍ଷିପ୍ତ କିଭଳି ପଥରେ ଗତି କରେ ମନେ ପକାଇ ପାରିବ କି ?*

ଏହି ଗତିପଥ ପରବଳୟିକ (parabolic) । ମନେକର ପ୍ରକ୍ଷିପ୍ତଟି ଏକ ବୋମା ଯାହାକି ଆକାଶରେ ବିସ୍ଫୋରଣ କରି ଅସଂଖ୍ୟ ଖଣ୍ଡରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ । ଏହି ବିସ୍ଫୋରଣ ହୁଏ ଆର୍ନ୍ତବଳ ଯୋଗୁଁ । ଏଠାରେ ବାହ୍ୟ ବଳ ହେଉଛି ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ ଏବଂ ଏଥିରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ । ତେଣୁ ବିସ୍ଫୋରଣ ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରକ୍ଷିପ୍ତର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଯେଉଁ ପରବଳୟିକ ପଥରେ ଗତି କରେ, ବିସ୍ଫୋରଣ ପରେ ମଧ୍ୟ ଏହା ସମାନ ପଥରେ ଗତି କରିବ । ଚିତ୍ର (7.3)



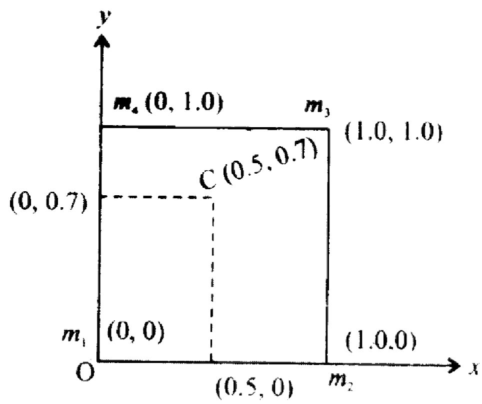
ଚିତ୍ର 7.3 : ପ୍ରକ୍ଷିପ୍ତର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର

ବିସ୍ଫୋରଣରୁ ସୃଷ୍ଟ ଜଡ଼ଖଣ୍ଡମାନ ବିଭିନ୍ନ ଦିଗରେ ଯାଇପାରେ, କିନ୍ତୁ ବିଭିନ୍ନ ଖଣ୍ଡମାନଙ୍କର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ପରବଳୟ ଉପରେ ରହିବ ।

ତୁମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ବୁଝି ପାରିଥିବ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଏହାର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ସଂପର୍କରେ ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବ । ତେଣୁ ଏକ ସାଧାରଣ ଉଦାହରଣ ନେଇ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର କି ଭଳି ନିରୂପଣ କରାଯାଏ, ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ 7.2

ମନେକର, 1 ମିଟର ପାର୍ଶ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କୋଣବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର 1.0 କେଜି, 2.0 କେଜି, 3.0 କେଜି ଓ 4.0 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାରିଟି ବସ୍ତୁ ରଖାଯାଇଛି । ଏହାର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ନିରୂପଣ କର ।



ଚିତ୍ର 7.4 ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କୋଣରେ ରଖାଯାଇଥିବା ଚାରିଟି ବସ୍ତୁତ୍ୱର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ନିରୂପଣ

ସମାଧାନ :

ଆମେ ସର୍ବଦା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ଏକ ସମତଳରେ ରଖି ପାରିବା । ଏହା (x,y) ସମତଳ ହେଉ । ପୁନଶ୍ଚ ଧରି ନିଆଯାଉ ଯେ ଗୋଟିଏ କୋଣବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶତନ୍ତ୍ରର ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ (origin) ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ x ଓ y ଅକ୍ଷରେ ଅଛି ।

ତେଣୁ ଚାରିଟିଯାକ ଜଡ଼ର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେବ :

$m_1(0,0)$, $m_2(1.0,0)$, $m_3(1.0,1.0)$ ଏବଂ $m_4(0,1.0)$

ଏଠାରେ ସମସ୍ତ ଦୂରତା ମିଟରରେ ଦିଆଯାଇଛି (ଚିତ୍ର 7.4)

ସମୀକରଣ (7.5) ଓ (7.6) ରୁ ଆମେ ପାଇଲୁ

$$x = \frac{1.0 \times 0 + 2.0 \times 1.0 + 3.0 \times 1.0 + 4.0 \times 0}{1.0 + 2.0 + 3.0 + 4.0} \text{ ମିଟର} = 0.5 \text{ ମିଟର}$$

$$\text{ଏବଂ } y = \frac{1.0 \times 0 + 2.0 \times 0 + 3.0 \times 1.0 + 4.0 \times 1.0}{1.0 + 2.0 + 3.0 + 4.0} = 0.7 \text{ ମିଟର}$$

ଅତଏବ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେଉଛି (0.5 ମି. ଓ 0.7 ମି.) ଏବଂ ଚିତ୍ର (7.4) ରେ ଏହା C ଭାବେ ସୂଚାଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟି ସମମିତ (symmetrical) ହେଲେ ମଧ୍, ତନ୍ତ୍ରର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରରେ ନାହିଁ ।

ସଂହତି ତନ୍ତ୍ର କେନ୍ଦ୍ରରେ ନ ରହିବାର କାରଣ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ? ଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବାକୁ ହେଲେ ସବୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସମାନ ହୋଇଥିଲେ, ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହିସାବ କର ।

7.2.1 ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର

ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ କଣିକାର ସମଷ୍ଟିରେ ସଂପ୍ରସାରିତ ବସ୍ତୁମାନ ଗଠିତ ହୋଇଥିବାରୁ, ତାହାର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଆକଳନ କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ । ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସମାନ ଏବଂ ସେମାନେ ସମଭାବରେ ବାଣ୍ଟି (distributed) ହୋଇଥିବାରୁ ଏହା କିଛି ପରିମାଣରେ ସୁବିଧା ଜନକ ହୁଏ । ଯଦି ବସ୍ତୁର ଆକୃତି ନିୟମିତ (regular) ଓ ସମମିତ ହୋଇଥାଏ, ଯଥା ସ୍ତମ୍ଭକାକୃତି ବା ବର୍ତ୍ତୁଳାକାର, ତେବେ ଆକଳନ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସହଜ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ ସେଭଳି ଧରଣର ଆକଳନ ମଧ ଏହି ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ପରିସର ବର୍ହିଭୂତ । ତଥାପି ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ନିମ୍ନରେ କେତେକ ନିୟମିତ ଓ ସସମିତ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ଏକ ତାଳିକା ଆମେ ଦେଇଛୁ ।

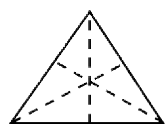
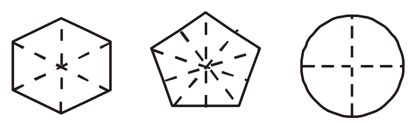
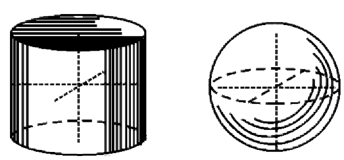
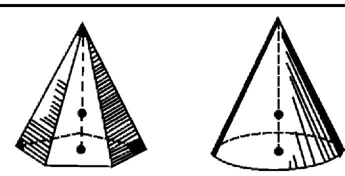
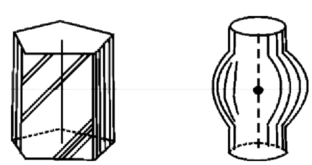
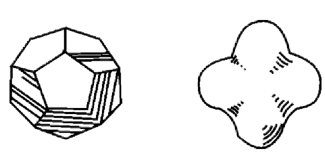
ଟିପ୍ପଣୀ

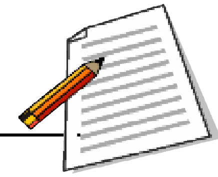
ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ସଂପର୍କରେ ଦୁଇଟି ବିଷୟ ମନେ ରଖିବାକୁ ହେବ । (i) ମୁଦି ଭଳି ବସ୍ତୁର ଶରୀରର ବାହାରେ ଏହା ରହିପାରେ । (ii) ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ ପରସ୍ପରକୁ ପ୍ରଦକ୍ଷିଣ କରନ୍ତି, ସେମାନେ ବାସ୍ତବରେ ଉଭୟଙ୍କର ସାଧାରଣ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରକୁ ପ୍ରଦକ୍ଷିଣ କରନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଦ୍ୱି-ତନ୍ତ୍ରୀ ତାରକା ଦ୍ୱୟ ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରକୁ ପ୍ରଦକ୍ଷିଣ କରନ୍ତି । ସେହିଭଳି ପୃଥିବୀ - ସୂର୍ଯ୍ୟ ତନ୍ତ୍ର ମଧ୍ୟ ସାଧାରଣ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରକୁ ପ୍ରଦକ୍ଷିଣ କରନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ପୃଥିବୀ ତୁଳନାରେ ଅତ୍ୟଧିକ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହି ତନ୍ତ୍ରର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ସୂର୍ଯ୍ୟର ଅତି ନିକଟରେ ରହେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ, ତାହା ପରୀକ୍ଷା କରିବାର ସମୟ ଆସିଲା ।

ସାରଣୀ 7.1

କେତେକ ନିୟମିତ ଓ ସମମିତ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର

ଚିତ୍ର	ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥାନ
	*ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପ୍ଲେଟ* ତିନିଟିଯାକ ମଧ୍ୟରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ
	***ନିୟମିତ ବହୁଭୁଜ ଓ ବୃତ୍ତାକାର ପ୍ଲେଟ -*** ଚିତ୍ରର ଜ୍ୟାମିତିକ କେନ୍ଦ୍ରରେ
	*ସ୍ତମ୍ଭକ ଓ ଗୋଲକ -* ଚିତ୍ରର ଜ୍ୟାମିତିକ କେନ୍ଦ୍ରରେ
	*ପିରାମିଡ଼ ଓ କୋନ୍ -* ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ଭୂମିର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଗକାରୀ ସରଳରେଖା ଉପରେ ଏବଂ ଭୂମିଠାରୁ h/4 ଉଚ୍ଚତାରେ ।
	*ଅକ୍ଷୀୟ ସମମିତି ଥିବା ବସ୍ତୁ -* ସମମିତିକ ଅକ୍ଷ ଉପରେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ
	*କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ସମମିତି ଥିବା ବସ୍ତୁ -* ସମମିତିକ କେନ୍ଦ୍ରରେ

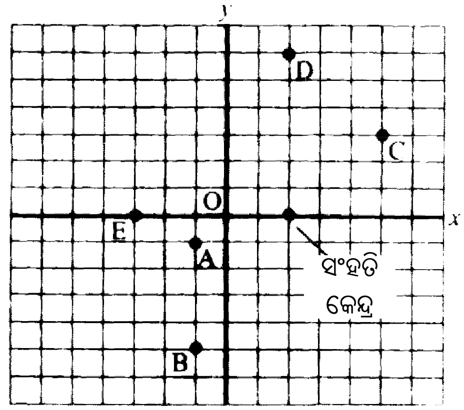


ଟିପ୍ପଣୀ

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 7.2

1. ଏଠାରେ (ଚିତ୍ର 7.5) ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଗ୍ରୀଡ୍ (Grid) ରେ A,B,C,D ଏବଂ E ରେ ଯଥାକ୍ରମେ 1.0 କେଜି, 2.0 କେଜି., 3.0 କେଜି, 4.0 କେଜି ଓ 5.0 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ କଣିକାମାନ ଅଛି । ଏହି ତନ୍ତ୍ରର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହିସାବ କର ।

....



ଚିତ୍ର 7.5

2. m_1=1 କେଜି, m_2=2 କେଜି ଓ m_3= 3 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱର କଣିକାମାନ ଏକ 1.0 ମିଟର ପାର୍ଶ୍ୱବିଶିଷ୍ଟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ବିନ୍ଦୁରେ ରହିଲେ, ଏହି ତନ୍ତ୍ରର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିରୂପଣ କର ।

....

3. ଦର୍ଶାଅ ଯେ ସାଧାରଣ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ କଣିକାଦ୍ୱୟର ଦୂରତ୍ୱର ଅନୁପାତ ସେମାନଙ୍କର ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବିପରୀତାନୁପାତିକ (inverse) ଅଟେ ।

....

7.3 ଏକ ଦୃଢ଼ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ (translational) ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ (rotational) ଗତି - ଏକ ତୁଳନା

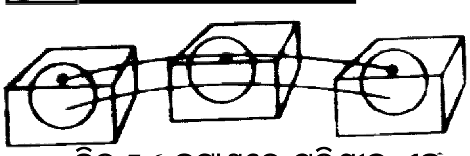
ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ଗତି କଲାବେଳେ ଏହାର ସମସ୍ତ କଣିକା ଯଦି ସମାନ୍ତରାଳ ପଥରେ ଗତି କରନ୍ତି, (ଚିତ୍ର 7.6) ତେବେ ଏହି ଗତିକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି କୁହାଯାଏ । ଯେହେତୁ ସମସ୍ତ କଣିକା ଏକା ଭଳି ଗତି କରନ୍ତି, ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ସମଧରଣର ପଥ ଅନୁସରଣ କରେ । ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତିକୁ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ଗତି ଭାବରେ ଚିତ୍ର କରାଯାଇପାରେ । ଆମେ ଦେଖିଛୁ, ଏଭଳି ଗତି ପାଇଁ ସମୀକରଣ (7.10) ରେ ଦିଆଯାଇଛି

$$M\mathbf{a} = F_{ext}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ଏକ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସଂଜ୍ଞାର ଉପଯୋଗ ଜାଣି ପାରୁଛ ?

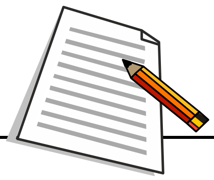
ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତିକୁ ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସହ ସମାନ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଥିବା ଏକ କଣିକା ଦ୍ୱାରା ସମୀକରଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ଏହି ତୁଲ୍ୟ କଣିକାଟି ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ତାହା ଉପରେ ସମସ୍ତ ବଳଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେଉଛି । ଏହି ଧାରଣାକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରୀକ୍ଷା ଗୁଡ଼ିକ କର ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ 7.1



ଚିତ୍ର 7.6 ଚଟାଣରେ ଗତିଶୀଳ ଏକ କାଠ ଘନ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି କରେ

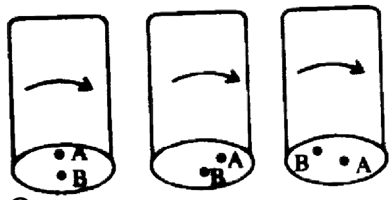
ଖଣ୍ଡିଏ କାଠ ଘନ ନିଅ । ଏହାର ଯେକୌଣସି ପୃଷ୍ଠରେ ଦୁଇ ବା ତିନିଟି ଚିହ୍ନ ଦିଅ । ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଇଥବା ତଳଟିକୁ ତୁମ ଆଡ଼କୁ ରଖ ଏବଂ କାଠ ଘନକୁ ଭୂସମାନ୍ତର ଚଟାଣରେ ଠେଲ । ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଚଟାଣରେ ଗତି କରିଥିବା ପଥରେ ଚିହ୍ନ ଦିଅ । ଦେଖିବ, ଏହି ସମସ୍ତ



ଟିପ୍ପଣୀ

ଚିହ୍ନ ଚଟାଣ ସହିତ ସମାନ୍ତର ପଥରେ ଅଛନ୍ତି ଏବଂ ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଥ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର (ଚିତ୍ର 7.6) । ତୁମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିପାରିବ ଯେ ଏ ସମସ୍ତ ପଥର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମାନ ।

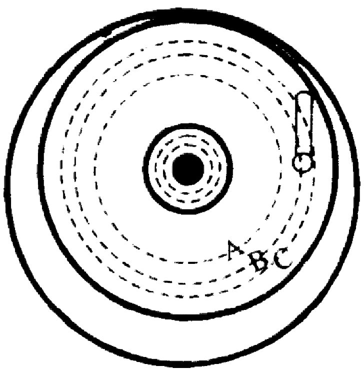
ତୁମ ପାଇଁ କାମ 7.2



ଚିତ୍ର 7.7 ଏକସ୍ତମ୍ଭକର ଗତି : A ବିନ୍ଦୁଟି ଚଟାଣ ପ୍ରତିସମାନ୍ତରାଳ ଗତିକରିବା ସହିତ ବୃତ୍ତୀୟ ଗତି ମଧ୍ୟ ସଂପାଦ କରେ

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଉ ଏକ ସରଳ ପରୀକ୍ଷା କରାଯାଉ । ଏକ ସ୍ତମ୍ଭକାକୃତି କାଠ ଖଣ୍ଡ ନିଅ । ଏହାର ସମତଳ ପୃଷ୍ଠରେ ଗୋଟିଏ ବା ଦୁଇଟି ଚିହ୍ନ ଦିଅ । ତୁମ ଆଡ଼କୁ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠଟି ରଖି ସ୍ତମ୍ଭକଟିକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଚଟାଣ ଉପରେ ଗଡ଼ାଅ । ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ ଏହି ଚିହ୍ନ ମନେକର A (ଚିତ୍ର 7.7) ଚଟାଣ ପ୍ରତି ସମାନ୍ତରାଳ ଗତି କରିବା ସହିତ ବୃତ୍ତୀୟ ଗତି ମଧ୍ୟ କରିଛି । ତେଣୁ ବସ୍ତୁଟି ଉଭୟ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି କରିଛି ।

ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସାଧାରଣ ଗତିରେ ଉଭୟ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ଥାଏ ସତ, କିନ୍ତୁ ଯଦି ବସ୍ତୁରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର ରହେ, ତେବେ ଏହାର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ରହି ପାରିବ ନାହିଁ, କେବଳ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ରହିବ । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସ୍ଥିର ରଖିବା ଉପଯୋଗୀ ସବୁଠୁ ସୁବିଧାଜନକ ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ।

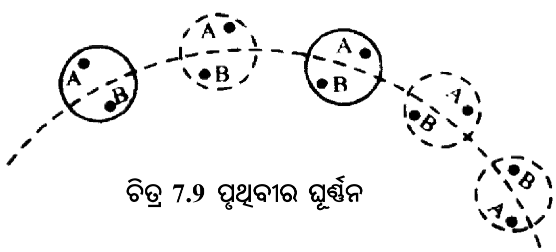


ଚିତ୍ର 7.8 ଅଟାଚକିର ଶୁଦ୍ଧ ବୃତ୍ତୀୟ ଗତି

ତୁମେ ଏକ ଅଟା ଚକି ଦେଖିଥିବ । ଚକିର ବେଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରେ । ଚକି ଉପରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଚକିର କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଘୂରନ୍ତି ।

ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଯେଉଁ ଧରଣର ଗତିରେ ଏହାର ସମସ୍ତ କଣିକା ସମକେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥ ସୃଷ୍ଟି କରନ୍ତି, ସେହି ଗତିକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛେ ଯେ ଗୋଟିଏ କଣିକାର ଗତିକୁ ଯେଉଁଭଳି ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତିକୁ ମଧ୍ୟ ସେଇଭଳି ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ତେଣୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନର ପାଠ୍ୟରେ ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ସଂପର୍କରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବା । ବସ୍ତୁର ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁକୁ ସ୍ଥିର ରଖିଲେ ଏହାର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ରହିବ ନାହିଁ ଏବଂ କେବଳ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ସମ୍ଭବ । ଗାଣିତିକ ପ୍ରୟୋଗର ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରକୁ ଏହି ବିନ୍ଦୁଭାବେ ନିଆଯାଏ । ତେଣୁ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହୁଏ । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ଏକ ଉତ୍ତମ ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ପୃଥବୀର ନିଜ ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ (ଚିତ୍ର 7.9).

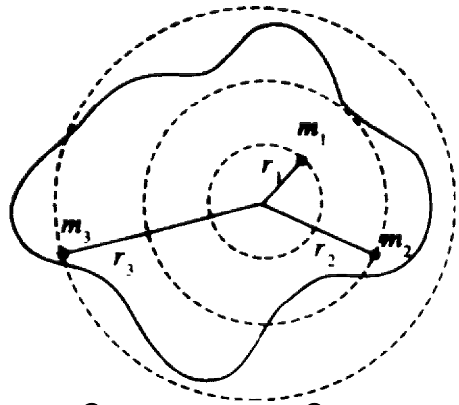


ଚିତ୍ର 7.9 ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

ପୂର୍ବ ପାଠମାନଙ୍କରୁ ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ମୁଖ୍ୟ ଭୂମିକା ଅଛି । ଏକ ଦତ୍ତ ବଳ ଦ୍ୱାରା ବସ୍ତୁଟିରେ କେତେ ତ୍ୱରଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବ, ତାହା ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହୁଏ । ଆମେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ପାଇଁ ସେହିଭଳି ଏକ ରାଶିର ସଂଜ୍ଞା ଦେଇ ପାରିବା କି ? ଚାଲ ଖୋଜିବା ।

7.3.1. ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (Moment of Inertia)

ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର C ହେଉ । ମନେକର ବସ୍ତୁଟି ଏହି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି (ଚିତ୍ର 7.10)



ଚିତ୍ର 7.10 ତାହାର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ମଧ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ସମତଳ ପଟ୍ଟିର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

ମନେକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ r_1, r_2, r_3 ଦୂରତ୍ୱରେ m_1, m_2, m_3 ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ କଣିକାମାନ ଅଛନ୍ତି ଏବଂ ସେମାନେ ଯଥାକ୍ରମେ υ_1, υ_2 ଓ υ_3 ବେଗରେ ଗତି କରୁଛନ୍ତି । ତେବେ କଣିକା 1 ର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେବ $(½)m_1\upsilon_1^2$ । ସେହିପରି m_2 ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ କଣିକାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି $(½)m_2\upsilon_2^2$ । ସମସ୍ତ କଣିକାର ଗତିଜ ଶକ୍ତିକୁ ଯୋଗ କଲେ, ଆମେ ବସ୍ତୁର ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ପାଇବା । ତେଣୁ ଯଦି ବସ୍ତୁର ସମୁଦାୟ ଗତିଜ ଶକ୍ତି T ହୁଏ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା ।

$$T = (½)m_1\upsilon_1^2 + (½)m_2\upsilon_2^2 + ...$$

$$= \sum_{i=1}^{i=n}\left(\frac{1}{2}\right)m_i\upsilon_i^2 \qquad (7.11)$$

ଏଠାରେ $\sum_{i=1}^{i=n}$ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସୂଚାଉଛି ।

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ କୌଣୀୟ ଗତି (ω) ଓ ରୈଖିକ ଗତି (υ) ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ହେଉଛି $\upsilon = r\omega$ । ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ସମୀକରଣ 7.11 ରେ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ପାଇବା

$$T = \sum_{i=1}^{i=n}\left(\frac{1}{2}\right)m_i(r_i\omega)^2 \qquad (7.12)$$

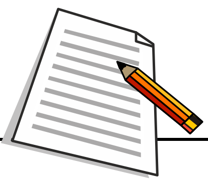
ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ω ରେ ଆମେ ଉପଲେଖ (subscript) i ରଖିନାହୁଁ କାରଣ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକାର କୌଣୀୟ ବେଗ ସମାନ ଅଟେ । ତେଣୁ ସମୀକରଣ 7.12 ପୁନରାୟ ଲେଖାଯାଇପାରେ,

$$T = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2\right)\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (7.13)$$

ଏଠାରେ ରାଶି $I = \sum_i m_i r_i^2$ କୁ $\qquad (7.14)$

ବସ୍ତୁର **ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ** କୁହାଯାଏ ।



ଟିପ୍ପଣୀ

ଉଦାହରଣ 7.3

L ପାର୍ଶ୍ୱବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କୋଣବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କରେ m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ 4 ଟି କଣିକା ରଖାଯାଇଛି । ଏହି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏବଂ ଏହାର ସମତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବେ ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହିସାବ କର ।

ସମାଧାନ : ସାଧାରଣ ଜ୍ୟାମିତିରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛେ ଯେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକାର ଦୂରତ୍ୱ ହେଉଛି

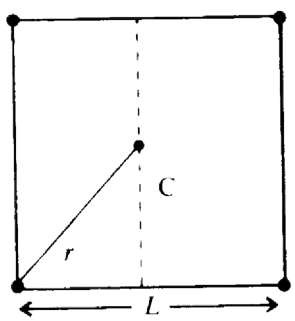
$r = L\sqrt{2}$

ତେଣୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା $I = mr^2 + mr^2 + mr^2 + mr^2$

$$= 4mr^2$$

$$= 4m\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2 \quad (\text{ଯେହେତୁ } r = \frac{L}{\sqrt{2}})$$

$$= 2mL^2$$



ଚିତ୍ର 7.11

ଏହା ମନେ ରଖିବାର କଥା ଯେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସଂଜ୍ଞା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ । ତେଣୁ ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କଥା କହିବ, ତା' ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଠାରେ ଚାରିଟି ଆଦର୍ଶ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ରହିଥିବା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ସମତଳର କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଏବଂ ସମତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବେ ଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଆଲୋଚନା କରାଯାଉଛି । ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ kg m^2 ରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଲେଖାଯାଏ

$$I = MK^2 \qquad (7.15)$$

ଏଠାରେ M ହେଉଛି ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ K କୁ କୁହାଯାଏ **ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟା** (radius of gyration) ।

ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଯେଉଁ ଦୂରତାରେ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ ଜଡ଼ କେନ୍ଦ୍ରୀଭୂତ ହେଲେ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତା ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରକୃତ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତା ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ ହେବ, ସେହି ଦୂରତ୍ୱକୁ ବସ୍ତୁର ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ ମନେ ରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ଯେ ଅକ୍ଷକୁ ଘେରି ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ କିପରି ଭାବେ ବାଣ୍ଟି ହୋଇ ରହିଛନ୍ତି, ତା' ଉପରେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଭର କରେ । ଯଦି ଜଡ଼ତ୍ୱର ବଣ୍ଟନ ବଦଳେ, ତେବେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟ ବଦଳିବ । ଉଦାହରଣ 7.3 ରୁ ତୁମେ ସହଜରେ ଏହା ଦେଖିପାରିବ । ମନେକର ଆମେ ଦୁଇ ବିପରୀତ କୋଣ ବିନ୍ଦୁରେ ଆହୁରି ଅଧିକ ଜଡ଼ତ୍ୱ m ରଖିବା, ତେବେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ସମତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ C ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏହି ତନ୍ତ୍ରର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ

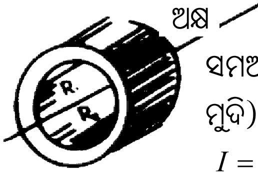
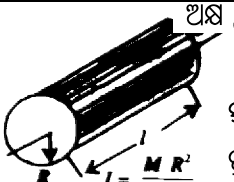
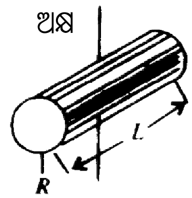
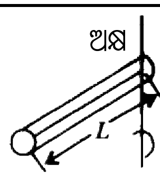
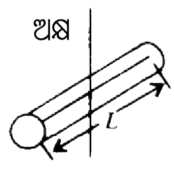
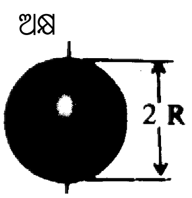
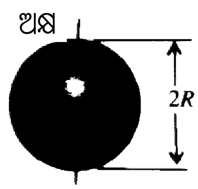
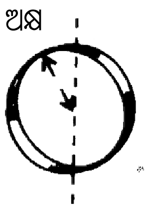
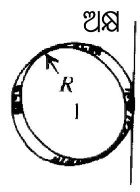
$$I = mr^2 + 2mr^2 + mr^2 + 2mr^2 = 6mr^2$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ $2ML^2$ ରୁ $3ML^2$ କୁ ବଦଳିଛି ।

ସମୀକରଣ 7.13 କୁ ଆଉ ଥରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଏବଂ ଏହାକୁ ରୈଖିକ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ସମୀକରଣ ସହ ତୁଳନା କର । କିଛି ସାଦୃଶ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ କି ? ତୁମେ ଦେଖିବ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ସ୍ଥାନ ନେଇଛି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଓ କୌଣୀୟ ବେଗ ନେଇଛି ରୈଖିକ ବେଗର ସ୍ଥାନ ।

ସାରଣୀ 7.2 : କେତେକ ସମମିତ ଓ ସମ ଗଠିତ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

(Moment of Inertia of a few regular and uniform bodies)

 କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏକ ବଳୟର $I = MR^2$	 ସମଅକ୍ଷୀୟ ସ୍ତମ୍ଭକ (କିମ୍ବା ମୁଦି) ସ୍ତମ୍ଭକର ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି $I = \frac{M}{2}(R_1^2 + R_2^2)$
 ସ୍ତମ୍ଭକୀୟ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଘନସ୍ତମ୍ଭକର $I = \frac{MR^2}{2}$	 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଘନ ସ୍ତମ୍ଭକ (ବା ଚକ୍ରିକା)ର $I = \frac{MR^2}{4} + \frac{M^2 l^2}{l^2}$
 ଏକ ପତଳାଦଣ୍ଡର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଏବଂ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି $I = \frac{ML^2}{12}$	 ଏକ ପତଳା ଦଣ୍ଡର ଏକ ପ୍ରାନ୍ତ ଦେଇ ଏବଂ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି $I = \frac{ML^2}{3}$
 ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଏକ ଘନ ଗୋଲକର $I = \frac{2MR^2}{5}$	 ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଏକ ବର୍ତ୍ତୁଳାକାର ଖୋଳପାର $I = \frac{2MR^2}{3}$
 ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଏକ ବଳୟର $I = \frac{MR^2}{2}$	 ଯେକୌଣସି ସ୍ପର୍ଶକୀୟ ରେଖା ପ୍ରତି ଏକ ବଳୟର $I = \frac{3MR^2}{2}$

(କ) ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୌତିକ ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ (Physical Significance of moment of inerita)

ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୂମିକା ରୈଖିକ ଗତିରେ ଜଡ଼ତ୍ୱର ଭୂମିକା ସହିତ ସମାନ, ଏହା ହିଁ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୌତିକ ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

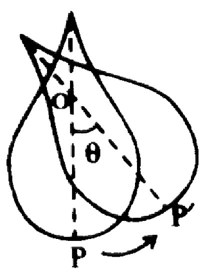
ଯେପରି ଜଡ଼ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ରୈଖିକ ଗତିର ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ ବାଧା ଦିଏ, ସେହିପରି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ ବାଧା ଦିଏ । ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଏହି ଧର୍ମ ବା ଆଚରଣ ବ୍ୟାବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗରେ ଉପଯୋଗ ହୋଇଛି । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଅଧିକାଂଶ ଯନ୍ତ୍ରରେ ଅତ୍ୟଧିକ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଥିବା ଚକିଟିଏ ଯନ୍ତ୍ରାଂଶ ଭାବେ ଥାଏ । ଏହିଭଳି ଯନ୍ତ୍ରର ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ବାଷ୍ପୀୟ ଇଞ୍ଜିନ୍ (steam engine) ଓ ମୋଟର ଗାଡ଼ି ଇଂଜିନ୍ । ଅଧିକ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଥିବା ଚକିକୁ **ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର** (fly wheel) କୁହାଯାଏ । ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର କିପରି କାମ କରେ ବୁଝାଯାଉ । ମନେକର ଇଂଜିନ୍‌ର ଚାଳକ ହଠାତ୍ ଇଂଜିନ୍‌ର ବେଗ ବୃଦ୍ଧି କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛି । ଅତ୍ୟଧିକ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଥିବା ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ଏହି ଚେଷ୍ଟାକୁ ବାଧା ଦିଏ ଏବଂ ବେଗକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ବଢ଼ିବାକୁ ଦିଏ । ସେହିପରି ବେଗ ହଠାତ୍ ହ୍ରାସ କରିବାକୁ ଚାହିଁଲେ ମଧ୍ୟ ଏହା ବାଧା ଦିଏ ଏବଂ ବେଗକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ କମିବାକୁ ଦିଏ । ତେଣୁ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଅଧିକ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଗାଡ଼ିର ଗତିର ହଠାତ୍ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ଏବଂ ଯାତ୍ରୀମାନେ ସ୍ୱଚ୍ଛନ୍ଦ ଯାତ୍ରା କରିପାରନ୍ତି ।

ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ରୈଖିକ ଗତିରେ ରୈଖିକ ପରିବେଗ ସହିତ ସମତୁଲ୍ୟ । ଯେହେତୁ କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ (ସାଧାରଣତଃ α ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ) ହେଉଛିକୌଣୀୟ ପରିବେଗର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର, ତେଣୁ ଏହା ମଧ୍ୟ ରୈଖିକ ଗତିରେ ରୈଖିକ ତ୍ୱରଣର ଅନୁରୂପ ।

ଖ. ଏକ ସମଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଗତିର ସମୀକରଣ :

ମନେକର ପଟ୍ଟଳ (Lamina) ର ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ପ୍ରତି O ବିନ୍ଦୁରେ ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ପଟ୍ଟଳଟି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ଏହାର କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ω ଯଦି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ, t ସେକେଣ୍ଡରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କୋଣ θ ହୁଏ, ତେବେ

$$\theta = \omega t \qquad 7.16(a)$$



ଚିତ୍ର 7.12 ଏକ ସ୍ଥିରକଣ୍ଟାକୁ ବେଢ଼ି ଏକ ସମତଳ ପଟ୍ଟଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

କିନ୍ତୁ ପଟ୍ଟଳ ଉପରେ ଯଦି ସ୍ଥିର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (torque) ପ୍ରୟୋଗ ହୁଏ (ଯାହାକୁ କି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବ (turnng effect) କୁହାଯାଏ, ତେବେ ଏଥିରେ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ତ୍ୱରଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମୀକରଣ ମାନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \qquad 7.16(b)$$

ଏଠାରେ ω_i ହେଉଛି ପ୍ରାରମ୍ଭ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ଓ ω_f ହେଉଛି ଅନ୍ତିମ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ । ସେହିପରି ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad 7.16(c)$$

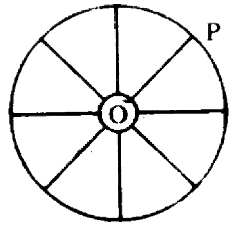
$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta \qquad 7.16(d)$$

ଏଠାରେ θ ହେଉଛି t ସେକେଣ୍ଡରେ କୌଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ ।

ସାମାନ୍ୟ ଚିନ୍ତା କଲେ ତୁମେ ଶୁଦ୍ଧଗତି ବିଜ୍ଞାନରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତିର ତଦନୁରୂପ ସମୀକରଣ ସହ ସମତୁଲ୍ୟତା ଜାଣି ପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ 7.4

ଗୋଟିଏ ବାଇସାଇକଲ ଚକ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଘୂରିପାରେ, (ଚିତ୍ର 7.13) । ଏହା ଆରମ୍ଭରୁ ସ୍ଥିର ଅଛି । ଏହା ଉପରେ OP ରେଖାଟିଏ କଳ୍ପନା କର । 2.5 rad s^{-2} ସମତ୍ୱରଣରେ ଗତି କରୁଥିଲେ 2s ରେ OP ରେଖା କେଉଁ ପରିମାଣର କୋଣ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?



ଚିତ୍ର 7.13 ଏକ ବାଇ ସାଇକେଲ ଚକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

ଟିପ୍ପଣୀ

ସମାଧାନ : OP ରେଖାର କୌଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ ହେଉଛି,

$$q = w_0 t + (½)\, a\ t^2$$

$$= 0 + (½) \times (2.5 \text{ rad s}^{-2}) \times 4 \text{ s}^2$$

$$= 5 \text{ rad}$$

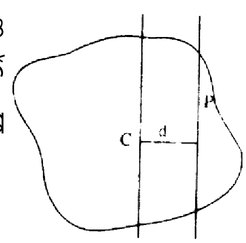
ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛେ ଯେ ଏକ ସ୍ଥିର ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥାନ ସ୍ଥିର ରହେ । ଅବଶ୍ୟ ଆମେ କେବଳ ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରକୁ ସ୍ଥିର ରଖୁ । କିନ୍ତୁ ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ପରିବର୍ତ୍ତେ ଅନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁମାନ ମଧ୍ୟ ହିସାବକୁ ନିଆଯାଏ କିନ୍ତୁ ଏହା ହେଲେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସେହି ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯିବ । ଏହି ଅକ୍ଷପ୍ରତି ଜଡତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ମୂଲ୍ୟ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ହେବ । ଦୁଇଟିଯାକ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ଜାଣିବାକୁ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଉପପାଦ୍ୟମାନ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

7.3.2. ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଉପପାଦ୍ୟମାନ

ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ଜାଣିବାକୁ ଦୁଇଟି ଉପପାଦ୍ୟ ଅଛି । ସେମାନେ ହେଲେ, (i) ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ

(ii) ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ

ଏହି ଉପପାଦ୍ୟମାନଙ୍କ ସଂପର୍କରେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରୟୋଗ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଉ ।



ଚିତ୍ର 7.14 CM ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷ

(i) ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ (Theorem of Parallel axes)

ମନେକର ଦତ୍ତ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁଟି ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ପରିବର୍ତ୍ତେ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଜଣାଥିଲେ, ଏହି ବିନ୍ଦୁରେ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଜାଣି ହେବ । ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ, *ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ଅନ୍ୟ ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି ଏହି ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଦୁଇ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତାର ବର୍ଗର ଯୋଗଫଳ ।* ଯଦି I ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ ଏବଂ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I_C ହୁଏ, ତେବେ

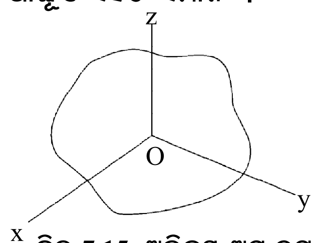
ଟିପ୍ପଣୀ

$$I = I_C + M d^2 \quad (7.17)$$

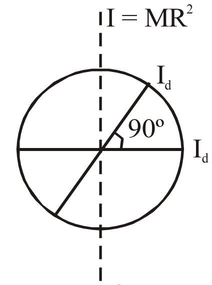
ଏଠାରେ M ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ d ହେଉଛି ଦୁଇ ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତ୍ୱ; (ଚିତ୍ର 7.14) । ଏହାକୁ ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

(ii) ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ (Theorem of perpendicular axes)

ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଥିବା ତିନୋଟି ଅକ୍ଷ ନିଅ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି, ମନେକର x ଓ y ବସ୍ତୁର ପୃଷ୍ଠତଳରେ ଅଛନ୍ତି ଏବଂ ତୃତୀୟଟି, z- ଅକ୍ଷ, ବସ୍ତୁର ପୃଷ୍ଠତଳ ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ ଅଛି । ଅଭିଲମ୍ବ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ **x ଓ y ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଯୋଗଫଳର ସମଷ୍ଟି z- ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ ।**



ଚିତ୍ର 7.15 ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ



ଚିତ୍ର 7.16 ଏକ ମୁଦ୍ରିକାର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

ଏହାର ଅର୍ଥ $I_Z = I_x + I_y$

ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଉପପାଦ୍ୟମାନଙ୍କ ବ୍ୟବହାର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉଦାହରଣରୁ ଦର୍ଶାଇବା ।

ଚିତ୍ର 7.16 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ମୁଦ୍ରିକା ନିଅ । ସାରଣୀ 7.2 ରୁ ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ ଏକ ମୁଦ୍ରିକାର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଏବଂ ଏହାର ଭୂମି ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି MR^2 । ଏଠାରେ M ହେଉଛି ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ R ହେଉଛି ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ ଏହା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ କାରଣ ଏମାନେ କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଅଭିଲମ୍ବ । ମୁଦ୍ରିକାର ସମମିତିକ ଗଠନ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛୁ ଯେ ମୁଦ୍ରିକାର ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ । ଏହାର ଅର୍ଥ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସ ସମତୁଲ୍ୟ ଏବଂ ତେଣୁ ଆମେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସ ନେଇ ପାରିବା । ତେଣୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସ ନିମିତ୍ତ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ମୂଲ୍ୟ, ମନେକର I_d ହେଲେ ସମୀକରଣ 7.18 ପ୍ରୟୋଗରେ

$$MR^2 = 2I_d$$

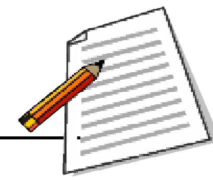
ଏବଂ ତେଣୁ $I_d = (½)MR^2$

ଅତଏବ, ମୁଦ୍ରିକାର ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି $(½)MR^2$

ବର୍ତ୍ତମାନ ମୁଦ୍ରିକାର ଧାର ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ନିଅ । ଏଠାରେ ମୁଦ୍ରିକା ପ୍ରତି ଏକ ସ୍ପର୍ଶକ ନିଅ ଯାହାକି ମୁଦ୍ରିକାର ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ହେବ । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଦୁଇ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ହେଉଛି R । ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ କରି, ସ୍ପର୍ଶକ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହିସାବ କରି ହେବ ।

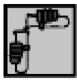
ଏହାକୁ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ, $I_{tan} = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$

ଏଠାରେ ଉଲ୍ଲେଖ ଆବଶ୍ୟକ ଯେ ସାରଣୀ 7.2 ରେ ଥିବା ଅନେକ ତଥ୍ୟ ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଓ ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।

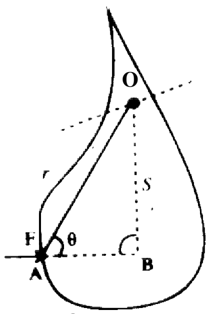


ଟିପ୍ପଣୀ

7.3.3. ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଯୁଗଳ (Torque and couple)



ତୁମ ପାଇଁ କାମ 7.3



ଚିତ୍ର 7.17
ଏକ ବସ୍ତୁର
ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

ତୁମେ କେବେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ, କବଜାଠାରୁ ଅଧିକ ଦୂରରେ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ କବାଟ ଖୋଲିବା ସହଜ ହୁଏ । ତୁମେ କବଜାର ଅତି ପାଖରେ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରି କବାଟ ଖୋଲିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର, ତେବେ କ'ଣ ହେବ ? ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଟି କେତେ ଥର ପାଇଁ କର । ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ କବାଟ ଖୋଲିବାକୁ କବଜା ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁରେ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ । ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ ? ସେହିଭଳି ଗୋଟିଏ ପେଚ (Screw) ଖୋଲିବାକୁ ଆମେ ଲମ୍ବା ବେଣ୍ଟ ଥିବା ସ୍ପାନର ବ୍ୟବହାର କରୁ । ଲମ୍ବା ବେଣ୍ଟ ରଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା କ'ଣ ? ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଖୋଜାଯାଉ ।

ମନେକର O ହେଉଚି ବସ୍ତୁରେ ଏକ 'ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ' ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁଟି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିପାରିବ (ଚିତ୍ର 7.17) । ମନେକର F ପରିମାଣ (magnitude) ର ଏକ ବଳ AB ଦିଗରେ A ବିନ୍ଦୁରେ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଛି । ଯଦି O ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ AB ଯାଏ ତେବେ ବଳ F ବସ୍ତୁକୁ ଆଦୌ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିପାରିବ ନାହିଁ । O ଠାରୁ AB ର ଦୂରତ୍ୱ ଯେତେ ଅଧିକ ହେବ, O ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷପ୍ରତି ବସ୍ତୁକୁ ଘୂରାଇବାରେ ସେତେ ଅଧିକ ସହଜ ହେବ । **ଗୋଟିଏ ବଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କ୍ଷମତାକୁ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ ।** ଏହାର ପରିମାଣ ହେଉଛି

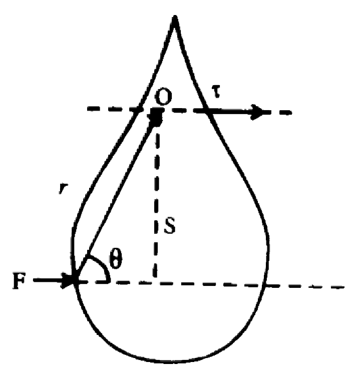
$$\tau = Fs = F\,r \sin\theta \qquad (7.19)$$

ଏଠାରେ s ହେଉଚି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ଓ ବଳ ପ୍ରୟୋଗର ଦିଗ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା । ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଏକକ ହେଉଛି ନିଉଟନ ମିଟର ଅଥବା (Nm) । ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରକୃତରେ ଏକ ସଦିଶ ରାଶି । ସମୀକରଣ (7.19) ଭେକ୍ଟର ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} \qquad (7.20)$$

ଏଥିରୁ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାଣ ଓ ଦିଗ ଉଭୟ ମିଳେ । ବସ୍ତୁଟି କେଉଁ ଦିଗକୁ ମୋଡ଼ ନେବ ? ଏହା ଜାଣିବାକୁ ଭେକ୍ଟର ଗୁଣନର ନିୟମମାନ ମନେ ପକାଇବା (ଅଧ୍ୟାୟ 1 କୁ ମନେ ପକାଅ) । ଭେକ୍ଟର $\boldsymbol{r}$ ଓ $\boldsymbol{F}$ ଥିବା ସମତଳ ପ୍ରତି $\boldsymbol{\tau}$ ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗରେ ରହେ । ଏଠାରେ ଏହି ସମତଳଟି ଏହି କାଗଜର ପୃଷ୍ଠା ହେଉ (ଚିତ୍ର 7.18) ।

ଆମେ ଯଦି ଦକ୍ଷିଣ ହସ୍ତର ବୃଦ୍ଧାଙ୍ଗୁଠିକୁ ଅନ୍ୟ ଆଙ୍ଗୁଠି ମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରଖି ଆଙ୍ଗୁଠିମାନଙ୍କୁ $\boldsymbol{r}$ ରୁ $\boldsymbol{F}$ କୁ କ୍ଷୁଦ୍ର କୋଣ ଦେଇ ମୁଠା କରିବା, ତେବେ ବୃଦ୍ଧାଙ୍ଗୁଠି ଯେଉଁ ଦିଗକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରେ, ତାହା ହେଉଛି $\boldsymbol{\tau}$ ର ଦିଗ ।

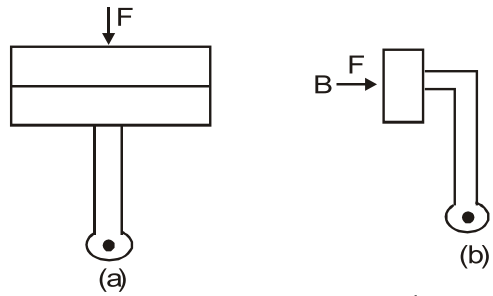


ଚିତ୍ର 7.18 ଦକ୍ଷିଣହସ୍ତ ବୃଦ୍ଧାଙ୍ଗୁଳି ନିୟମ

ଏହି ନିୟମକୁ ପ୍ରୟୋଗ କର ଏବଂ ଦର୍ଶାଅ ଯେ ଚିତ୍ର 7.18 ରେ ବଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବ ପୃଷ୍ଠା ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବେ ନିମ୍ନମୁଖୀ ହୋଇ ରହିବ । ଏହା ବସ୍ତୁର ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ଦିଗରେ ଘୂରିବା ସହିତ ତୁଳନୀୟ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ଉଦାହରଣ 7.5 : ଚିତ୍ର 7.19 ରେ ଏକ ବାଇ ସାଇକଲ ପେଡ଼ାଲ ଦର୍ଶାଯାଇଚି । ମନେ କର ତୁମ ପାଦ ଉପରେ ଅଛି ଏବଂ ତୁମେ ପେଡ଼ାଲ୍‌କୁ ତଳକୁ ଦାବୁଛ ।



ଚିତ୍ର 7.19 : (a) ବାଇସାଇକେଲ ପେଡ଼ାଲ ଶୀର୍ଷରେ ଯେତେବେଳେ $\tau = 0$
(b) τ ଯେତେବେଳେ ସର୍ବାଧିକ

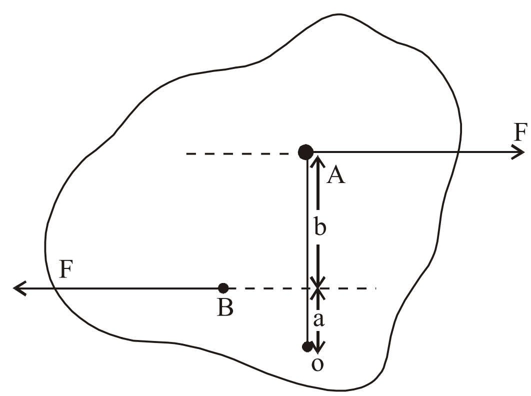
(i) ତୁମେ କେଉଁ ପରିମାଣର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଛ ?

(ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ପରିମାଣର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରିବାକୁ ତୁମର ପାଦ କେଉଁଠି ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ?

ସମାଧାନ : (i) ତୁମର ପାଦ ଯଦି ସବୁଠୁ ଉପରେ ଥାଏ, ତେବେ ବଳର ପ୍ରୟୋଗ ରେଖା ପେଡ଼ାଲ୍‌ର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଏ । ତେଣୁ $\theta = 0$ ଏବଂ

$$\tau = Fr\sin\theta = 0$$

(ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପାଇବାକୁ ହେଲେ, $\sin\theta$ ର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଅର୍ଥାତ୍ θ ର ମୂଲ୍ୟ ନିଶ୍ଚୟ 90^0 ହେବ । ତୁମର ପାଦ B ରେ ଥାଇ ତୁମେ ପେଡ଼ାଲକୁ ତଳକୁ ଦାବିଲା ବେଳେ ଏହା ହୁଏ ।



ଚିତ୍ର 7.20 ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଦୁଇଟି ବିପରୀତମୁଖୀ ବଳ

ଯଦି କୌଣସି ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଏକାଧିକ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଉପଲବ୍ଧ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ସମସ୍ତ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମାନଙ୍କର ଭେକ୍ଟର ଯୋଗଫଳ । ତୁମେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୂମିକା ଓ ରୈଖିକ ଗତିରେ ବଳର ଭୂମିକା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସାଦୃଶ୍ୟ ଦେଖୁଛ କି ? ବିପରୀତ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଦୁଇଟି ବଳ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ, (ଚିତ୍ର 7.20) । ମନେକର O ମଧ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁଟି ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରି ପାରିବ । ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ହେଉଛି

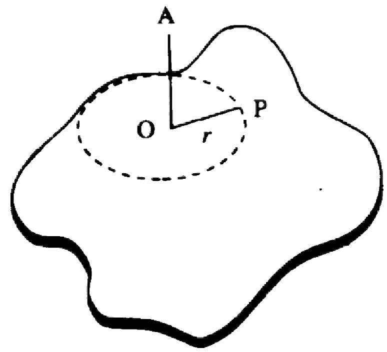
$$\tau_1 = (a+b)F$$

$$\tau_2 = aF$$

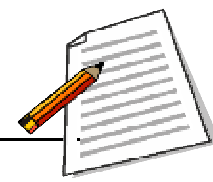
ତୁମେ ପରୀକ୍ଷା କଲେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ ଉଭୟ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବର ଦିଗ ପରସ୍ପରର ବିପରୀତ । ତେଣୁ ବୃହତ୍ତର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଅର୍ଥାତ୍ τ_1 ଦିଗରେ ହିଁ ମିଳିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ । ତେଣୁ

$$\tau = \tau_1 - \tau_2 = bF \qquad (7.21)$$

ତେଣୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିପାରିବା ଯେ ଭିନ୍ନ ସରଳରେଖାରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଦୁଇଟି ସମବଳ ଗୋଟିଏ ଯୁଗଳ ସୃଷ୍ଟି କରନ୍ତି, ଯାହାର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବଳ ଓ ବଳମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅଭିଲମ୍ବ ଦୂରତ୍ୱର ଗୁଣନଫଳ ସହିତ ସମାନ ।



ଚିତ୍ର 7.21 ଏକ ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଗୋଟିଏ ଦୃଢ଼ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ



ଟିପ୍ପଣୀ

ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିମିତ୍ତ ଅଧିକ ଉପଯୋଗୀ ଆଉ ଏକ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ଅଛି ଯାହାକି ରୈଖିକ ଗତିରେ ବଳ ସହିତ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସାଦୃଶ୍ୟ ସ୍ପଷ୍ଟ କରେ । O ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କଥା ବିଚାର କର, (ଚିତ୍ର 7.21) । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ P ଭଳି ଏକ କଣିକା ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ବୃତ୍ତୀୟ ଗତି ଯଦି ଅସମ ହୁଏ ତେବେ କଣିକା ଉପରେ ଉଭୟ ଅକ୍ଷୀୟ (radial) ଓ ସ୍ପର୍ଶକୀୟ (tangential) ବଳ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେବ । ଅକ୍ଷୀୟ ବଳ ହେଉଛି କେନ୍ଦ୍ରାଭିସାରୀ ବଳ $m\omega^2r$ ଏବଂ ଏହା କଣିକାକୁ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ରଖେ । ଯେକୌଣସି ସମୟରେ ପରିବେଗ v ବୃତ୍ତାକାର ପଥ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ ଏବଂ ଏହାର ପରିମାଣର ପରିବର୍ତ୍ତନ ସ୍ପର୍ଶକୀୟ ବଳ ଯୋଗୁଁ ହୁଏ । ଏହାର ପରିମାଣ ହେଉଛି ma । ଏଠାରେ a ହେଉଛି ସ୍ପର୍ଶକୀୟ ତ୍ୱରଣ । **ଅକ୍ଷୀୟ ବଳ କୌଣସି ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସୃଷ୍ଟି କରେ ନାହିଁ ।** ତୁମେ ଏହାର କାରଣ ଜାଣିଛ କି ? ସ୍ପର୍ଶକୀୟ ବଳ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି mar । ଯେହେତୁ $a = r\alpha$ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି $mr^2\alpha$ । ଏଠାରେ α ହେଉଛି କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ।

ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକାକୁ ହିସାବକୁ ନେଲେ

$$\tau = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2 \alpha = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\alpha$$

$$= I\,\alpha. \qquad (7.22)$$

କାରଣ α ସମସ୍ତ କଣିକା ପାଇଁ ସମାନ ।

ଏହି ସମୀକରଣ ଏବଂ $F = ma$ ମଧ୍ୟରେ ସାଦୃଶ୍ୟରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ରୈଖିକ ଗତିରେ Fର ଭୂମିକା ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୂମିକା ସମାନ । ସାରଣୀ 7.3 ରେ ରୈଖିକ ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ତୁଲ୍ୟ ରାଶି ମାନଙ୍କର ଏକ ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି । ରୈଖିକ ଗତିର କୌଣସି ସମୀକରଣ ଜାଣିଥିଲେ, ଏହି ସାରଣୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ପାଇଁ ଅନୁରୂପ ସମୀକରଣ ତୁମେ ଲେଖିପାରିବ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

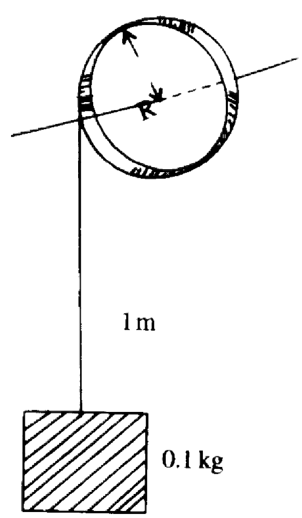
ସାରଣୀ 7.3 ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ଓ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତିରେ ଅନୁରୂପ ରାଶିମାନ
(Corresponding quantities in rotational and translational motions)

ସ୍ଥାନାନ୍ତର ଗତି		ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ	
ବିସ୍ଥାପନ	x	କୌଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ	q
ପରିବେଗ	$v = \frac{dx}{dt}$	କୌଣୀୟ ପରିବେଗ	$w = \frac{d\theta}{dt}$
ତ୍ୱରଣ	$a = \frac{dv}{dt}$	କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ	$a = \frac{d\omega}{dt}$
ବସ୍ତୁତ୍ୱ	M	ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ	I
ବଳ	$F = ma$	ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ	$t = Ia$
କାର୍ଯ୍ୟ	$W = \int F dx$	କାର୍ଯ୍ୟ	$W = \int \tau d\theta$
ଗତିଜ ଶକ୍ତି	$\frac{1}{2}Mv^2$	ଗତିଜ ଶକ୍ତି	$(\frac{1}{2})Iw^2$
ସାମର୍ଥ୍ୟ	$P = Fv$	ସାମର୍ଥ୍ୟ	$P = t\ w$
ରୈଖିକ ସଂବେଗ	Mv	କୌଣୀୟ ସଂବେଗ	$I\ w$

ଏକ ଦତ୍ତ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ବସ୍ତୁରେ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ଆମେ ସମୀକରଣ 7.22 ପ୍ରୟୋଗ କରି ହିସାବ କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ 7.6

10 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ 0.1 ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମ (uniform) ଡିସ୍କ (disc)ର କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଓ ଏହାର ତଳ ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏହା ବିନା ଘର୍ଷଣରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ । ଏକ ବସ୍ତୁତ୍ୱବିହୀନ ସୂତା ଏହାର ଧାରରେ ଗୁଡ଼ା ଯାଇଛି, (ଚିତ୍ର 7.22) । ହିସାବ କର (i) ଡିସ୍କର କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ (ii) ଏକ ସେକେଣ୍ଡରେ ଡିସ୍କ ଘୂରୁଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ ଏବଂ (iii) ଏକ ସେକେଣ୍ଡ ପରେ ଡିସ୍କର କୌଣୀୟ ପରିବେଗ । $g = 10\ ms^{-2}$ ନିଅ ।



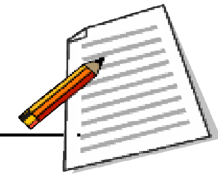
ଚିତ୍ର 7.22

ସମାଧାନ : (i) ଯଦି ଡିସ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ବସ୍ତୁତ୍ୱକୁ R ଓ M ଭାବରେ ସୂଚାଯାଏ, ତେବେ ଆମେ ସାରଣୀ (7.2) ରୁ ଜାଣିଛୁ, ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି $I = (\frac{1}{2})MR^2$ । ଯଦି ସୂତାର ପ୍ରାନ୍ତରେ ଥିବା ଜଡ଼ ଯୋଗୁଁ ବଳ (=mg) ର ପରିମାଣ F ହୁଏ, ତେବେ $t = FR$ ।

ସମୀକରଣ 7.22 ରୁ ମିଳିବ,

$$a = t/I = FR/I = 2F/MR = \frac{2 \times (0.1kg) \times (10ms^{-2})}{(1.0kg) \times (0.1m)}$$

$$= 20\ rad\ s^{-2}$$



ଟିପ୍ପଣୀ

(ii) ଡିସ୍କ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିଥବା କୋଣ q ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବାକୁ ଆମେ ସମୀକରଣ 7.16 ର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା । ପ୍ରାରମ୍ଭ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ଶୂନ୍ ହୋଇଥବାରୁ ଆମେ ପାଇବା

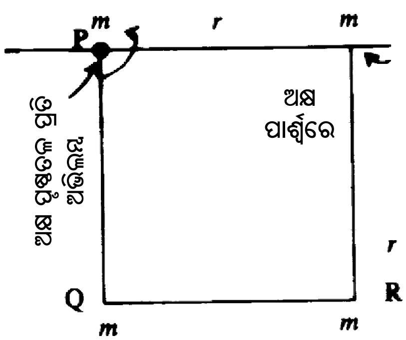
$q = (½) \times 20 \times 1.0 = 10$ rad

(iii) ଏକ ସେକେଣ୍ଡ ପରେ ପରିବେଗ

$w = at = 20 \times 1.0 = 20$ rad s^{-1}

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କେତେ ଆଗେଇଛ ଜାଣିବାକୁ ଚାହିଁପାର । ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 7.3



ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱର ଦୈର୍ଘ୍ୟ r ଥିବା ଏକ ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କୋଣ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କରେ m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାରିଟି କଣିକା ରଖାଯାଇଛି । ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ର ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଓ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ କୋଣ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିରୂପଣ କର । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଅକ୍ଷ ଭାବରେ ନେଇ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହିସାବ କର । ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ କରି ତୁମର ଫଳର ଯାଥାର୍ଥ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

....

2. ଗୋଲକ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଭାବେ ଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି, ଘନ ଗୋଲକର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ତୁମେ ସାରଣୀ 7.2 ବ୍ୟବହାର କରିପାର ।)

....

7.4 କୌଣୀୟ ସଂବେଗ (Angular Momentum)

ସାରଣୀ 7.3 ରୁ ତୁମେ ଜାଣି ପାରିବ ଯେ ରୈଖିକ ସଂବେଗ (Linear Momentum) ର ଅନୁରୂପ ରାଶି ହେଉଛି କୌଣୀୟ ସଂବେଗ । ଏହାର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ବୁଝିବାକୁ, ତୁମେ ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷା କରିବାକୁ ଆମେ ଚାହୁଁଛୁ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ 7.4

ବିନା ଘର୍ଷଣରେ ଘୂରି ପାରିଲା ଭଳି ଷ୍ଟୁଲଟିଏ ଯଦି ପାଇପାରିବ ତେବେ ତୁମେ ଏକ ଆଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟିକାରୀ ପରୀକ୍ଷା କରି ପାରିବ । ଦୁଇ ହାତ ଛନ୍ଦି ଏହି ଷ୍ଟୁଲ ଉପରେ ବସିବାକୁ ଜଣେ ବନ୍ଧୁଙ୍କୁ କୁହ । ଷ୍ଟୁଲକୁ ଖୁବ୍ ଜୋର୍‌ରେ ଘୂରାଅ । ଘୂରିଲା ବେଳେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗର ହାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତା'ପରେ ତୁମ ବନ୍ଧୁକୁ ହାତ ମେଲା କରିବାକୁ କୁହ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗ ହାର ପୁନର୍ବାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଷ୍ଟୁଲର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗର ହାରରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ଆଉ ଥରେ ହାତ ଛନ୍ଦି ଦେବାକୁ କୁହ ଏବଂ ଷ୍ଟୁଲର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଦୁଇଟିଯାକ କ୍ଷେତ୍ର - ହାତ ଛନ୍ଦି ଓ ହାତ ମେଲାଇ ରଖି-ରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କାହିଁକି ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ, ଏହା ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଉ । ବସ୍ତୁରେ ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ O ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ, ମନେକର z- ଅକ୍ଷ, ପ୍ରତି ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କଥା ବିଚାର କରାଯାଉ । ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ

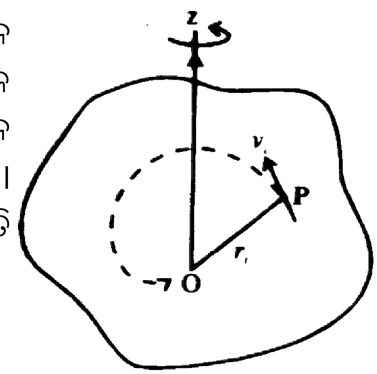
ଟିପ୍ପଣୀ

ବିନ୍ଦୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଥିବା କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁକୁ ସମାନ କୌଣୀୟ ବେଗ w ରେ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷରେ ପରିକ୍ରମଣ କରନ୍ତି । ଅକ୍ଷରୁ r ଦୂରତାରେ ଥିବା ଏକ କଣିକା P କୁ ବିଚାରକୁ ନିଅ (ଚିତ୍ର 7.23) । ଏହାର ରୈଖିକ ପରିବେଗ ହେଉଛି $\upsilon_i = r_i w$ । ତେଣୁ ଏହାର ସଂବେଗ ହେଉଛି $m_i r_i w$ । **ରୈଖିକ ସଂବେଗ ଓ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଦୂରତାର ଗୁଣନଫଳକୁ କୌଣୀୟ ସଂବେଗ କୁହାଯାଏ** । ଏହାକୁ ସଂକେତ L ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ । ବସ୍ତୁରେ ଥିବା ସମସ୍ତ କଣିକାମାନଙ୍କ ନିମିତ୍ତ ଏହି ଗୁଣନଫଳକୁ ଯୋଗ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$L = \sum_i m_i \omega r_i r_i = \left(\sum_i m_i r_i r_i^2 \right) \omega$$

$$= I w \qquad (7.23)$$

ମନେରଖ, ସମସ୍ତ କଣିକା ପାଇଁ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ସମାନ ଏବଂ ତେଣୁ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦଟି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ । ରୈଖିକ ସଂବେଗ ଭଳି କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ମଧ୍ୟ ଏକ ସଦିଶ ରାଶି । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ଦିଗରେ ଭେକ୍ଟର **L** ର ଉପାଂଶ ହିଁ ସମୀକରଣ 7.23 ରୁ ମିଳୁଛି । ଏଠାରେ ଏହା ମନେ ରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ଯେ I ମଧ୍ୟ ଏହି ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ର 7.23 O ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ଗୋଟିଏ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

କୌଣୀୟ ସଂବେଗର ଏକକ ହେଉଛି kg m^2 s^{-1} ।

ମନେପକାଅ, w ର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ହେଉଛି a ଏବଂ Ia = t । ତେଣୁ, **କୌଣୀୟ ସଂବେଗର ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ** । ଭେକ୍ଟର ସୂଚକରେ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ବସ୍ତୁର ଗତିର ସମୀକରଣ ଲେଖିବା

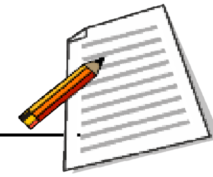
$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{t} = \boldsymbol{I}\frac{d\omega}{dt} = \boldsymbol{I}\,a \qquad (7.24)$$

7.4.1 କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ

ସମୀକରଣ 7.24 ରୁ ମିଳୁଛି ଯେ **ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଯଦି କୌଣସି ଉପଲବ୍ଧ (net) ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେଉନାହିଁ, ତେବେ $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$ । ଏହାର ଅର୍ଥ କୌଣୀୟ ସଂବେଗରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଏହା କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ** । ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ, ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ଭଳି ଏହା ମଧ୍ୟ ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନର ଏକ ମୁଖ୍ୟ ନିୟମ ।

କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ଆମକୁ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ । ଯଥା- ପବନରେ ଭାସିଲା ବେଳେ ଏକ ଖେଳନା ଛତାର ଦିଗ କିପରି ସ୍ଥିର ରହେ ? ଏଠି କାଇଦା ହେଉଛି ଏହାକୁ ଘୂରାଇବାରେ ଏବଂ ଏଥିରେ କିଛି ପରିମାଣର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ଉତ୍ପନ୍ନ କରିବାରେ । ଥରେ ପବନରେ ଭାସିଲେ, ଏହା ଉପରେ କୌଣସି ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେଉନାହିଁ । ତେଣୁ ତାହା ପରେ ଏହାର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହୁଛି । କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଦିଶ ରାଶି ହୋଇଥିବାରୁ ଏହା ସ୍ଥିର ରହିବାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି, ଏହାର ଦିଗ ଓ ପରିମାଣ ଉଭୟ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ତେଣୁ ଖୋଲା ଆକାଶରେ ଥିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଖେଳନା ଛତାର ଦିଗ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ଷ୍ଟୁଲ ଉପରେ ବସିଥିବା ତୁମ ବନ୍ଧୁପାଖକୁ ଫେରାଯାଉ । ଷ୍ଟୁଲ ଉପରେ ଯେତେବେଳେ ଉପଲବ୍ଧ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ ନାହିଁ, ଷ୍ଟୁଲ ଓ ଏହା ଉପରେ ବସିଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ



ଟିପ୍ପଣୀ

ସଂରକ୍ଷଣ ଆବଶ୍ୟକ । ହାତ ଖୋଲି ଦେଲେ, ସେ ତନ୍ତ୍ରର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ବଢ଼ାଇଦିଏ । ସମୀକରଣ 7.23ରେ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ନିଶ୍ଚୟ କମିବ । ତାହା ପରେ, ସେ ଯେତେବେଳେ ହାତ ଛନ୍ଦି ଦିଏ, ତନ୍ତ୍ରର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କମେ । ଏହା ଫଳରେ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ବଢ଼ିବ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ କଣିକାମାନଙ୍କର ଦୂରତ୍ୱ ବଦଳିବା ଫଳରେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଯୋଗୁଁ ମୁଖ୍ୟତଃ ଏ ସମସ୍ତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି । କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣର ଆଉ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିଆଯାଉ । ମନେକର, ଆମ ପାଖରେ M ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ R ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ତ୍ତୁଳାକାର ପେଣ୍ଡୁ ଅଛି । ଏହା ଉପରେ ଏକ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ କରି ପେଣ୍ଡୁଟିକୁ ଘୁରାଯାଉ । ତା'ପରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ କାଢ଼ି ନିଆଯାଉ । ବାହ୍ୟ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାମ ନ କଲେ, ପେଣ୍ଡୁଟିର ଯେତିକି କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିଲା, ତାହା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ । ପେଣ୍ଡୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି $(2/5)MR^2$ (ସାରଣୀ 7.2) ଏବଂ ଏହାର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ହେଉଛି

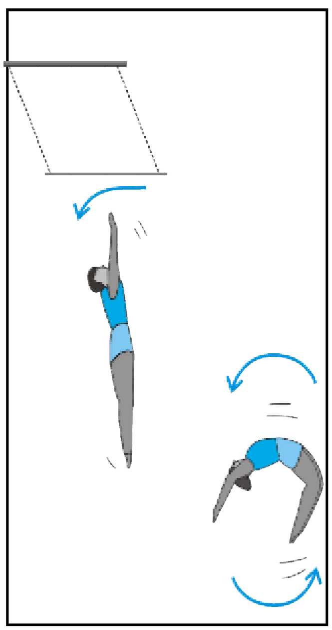
$$L = \frac{2}{5}MR^2\omega \qquad (7.25)$$

ଏଠାରେ ω ହେଉଛି କୌଣୀୟ ପରିବେଗ । ମନେକର, ପେଣ୍ଡୁର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୌଣସି କାରଣରୁ କମିଗଲା । କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ହେଲେ, ωର ପରିମାଣ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ ଏବଂ ପେଣ୍ଡୁଟି ଅଧିକ ବେଗରେ ଘୂରିବ । ପଲ୍‌ସାର୍ (Pulsar) ଗୋଷ୍ଠୀର କେତେକ ତାରକା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ହୁଏ । (ଏହି ଅଧ୍ୟାୟର ଶେଷରେ ଦେଖ)

ଯଦି ପେଣ୍ଡୁଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହଠାତ୍ ବଢ଼ିଯାଏ, ତେବେ କ'ଣ ହେବ ? ତୁମେ ପୁନର୍ବାର ସମୀକରଣ 7.25 କୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ ଯେ ଯଦି R ବୃଦ୍ଧି ପାଏ ତେବେ କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ପାଇଁ ω ନିଶ୍ଚୟ କମିବ । ଯଦି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପରିବର୍ତ୍ତେ, ତନ୍ତ୍ରର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କୌଣସି କାରଣରୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, ωର ମୂଲ୍ୟ ପୁନରାୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ । ଏହାର ଏକ ଚିତ୍ତାକର୍ଷକ ପ୍ରଭାବ ଜାଣିବାକୁ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଦେଖ ।

ଦିବସର ଅବଧି ସମାନ ନୁହେଁ

ନିଜର ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନକାଳ ଅର୍ଥାତ୍ ଦିବସର ଅବଧିରେ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ଅତି ଅଳ୍ପ ଏବଂ ଅନିୟମିତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛନ୍ତି । ଏଥି ନିମିତ୍ତ ସେମାନେ ଚିହ୍ନଟ କରିଥିବା କାରଣ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ପାଣିପାଗ (weather) । ପାଣିପାଗର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଯୋଗୁଁ ପୃଥିବୀ ବାୟୁମଣ୍ଡଳରେ ବହୁ ପରିମାଣର ବାୟୁ ଚଳନ ହୁଏ । ଏହା ପୃଥିବୀର ଅକ୍ଷକୁ ବେଢ଼ିଥିବା ଜଡ଼ର ବଣ୍ଟନରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରେ । ଫଳରେ ପୃଥିବୀର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ । ଯେହେତୁ ପୃଥିବୀର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ $L=I\omega$ ନିଶ୍ଚୟ ସଂରକ୍ଷଣ ହେବ, I ର ପରିବର୍ତ୍ତନର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ବା ଦିବସର ଅବଧିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ।



ଚିତ୍ର 7.24 ଡାଇଭିଂ ବୋର୍ଡ଼ରୁ ଡେଇଁବା ପରେ ବୁଡ଼ାଳୀର ଓଲଟଡିଆଁ

ଆକ୍ରୋବାଟ୍ (Acrobat), ସ୍କେଟର (Skater), ଡାଇଭର (diver) ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଖେଳାଳୀମାନେ ସେମାନଙ୍କ ଖେଳ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବାକୁ କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମର ଚମତ୍କାର ପ୍ରୟୋଗ କରନ୍ତି ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ତୁମେ ଜାତୀୟ ବା ଆର୍ନ୍ତଜାତୀୟ କ୍ରୀଡ଼ା (event) ଯଥା ଏସିଆନ ଗେମସ, ଅଲିମ୍ପିକ୍ କିମ୍ବା ଜାତୀୟ ପ୍ରତିଯୋଗିତାମାନଙ୍କରେ ଦେଖିଥିବ ଡାଇଭରମାନେ ଡାଇଭିଙ୍ଗ ବୋର୍ଡ଼ ଉପରୁ କିପରି ଡିଅନ୍ତି । ଡେଇଁଲା ବେଳେ ଡାଇଭର ନିଜକୁ ସାମାନ୍ୟ ଘୂରାଇ ଦିଏ ଯାହା ଫଳରେ କି ସେ କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ପାଏ । ଶୂନ୍ୟରେ ଥିଲା ବେଳେ ତା ଉପରେ କୌଣସି ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁନାହିଁ ଏବଂ ତେଣୁ କୌଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ହେବ । ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କମିବାକୁ ସେ ତା'ର ଶରୀରକୁ ସଂଙ୍କୁଚିତ କଲେ (ଚିତ୍ର 7.2) ତା'ର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ । ସେହିଭଳି ସେ ଶରୀରକୁ ସଂପ୍ରସାରିତ କଲେ, ତା'ର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ବୃଦ୍ଧି ପାଏ ଏବଂ ସେ ଧୀରେ ଧୀରେ ଘୂରିବ । ଏହି ଭଳି ନିଜର ଶରୀରର ଆକୃତିକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରି ଡାଇଭର ପାଣିରେ ପଡ଼ିବା ଆଗରୁ ତା'ର କାରସାଦି ପ୍ରଦର୍ଶନ କରପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ 7.7

ଘର୍ଷଣ ବିହୀନ ବିଅରିଙ୍ଗ (bearing) ଉପରେ ଥିବା ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକ୍ଷମ ମଞ୍ଚ (platform) ର କେନ୍ଦ୍ରରେ ଶିଳା ଠିଆ ହୋଇଛି । ତନ୍ତ୍ରର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ 1.0 ମି. ଦୂରରେ ସେ 2.0 କେଜିର ବସ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ହାତରେ ଧରିଛି । ପ୍ରଥମେ ତନ୍ତଟି ମିନିଟକୁ 10 ଥର ଘୂରୁଛି । ହିସାବ କର (a) ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କୌଣୀୟ ବେଗ rad s^{-1}ରେ (b) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ 0.2 ମି. ଦୂରତାକୁ ବସ୍ତୁଦ୍ୱୟକୁ ଆଣିବା ପରେ କୌଣୀୟ ବେଗ (c) ତନ୍ତ୍ରର ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ (d) ଯଦି ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥିଲା. ତେବେ ଏହି ବୃଦ୍ଧିର କାରଣ କ'ଣ ? (ଧରିନିଅ ଶିଳା ଏବଂ ମଞ୍ଚର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I_{SP} ର ମୂଲ୍ୟ 1.0 kgm^2 ରେ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।)

ସମାଧାନ :

(a) 1 ଥର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ = 2p ରେଡ଼ିଆନ୍

\ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ $w = \frac{10 \times 2\pi \text{ rad}}{60\text{s}} = 1.05 \text{ rad s}^{-1}$

(b) ଏଠାରେ ଅସଲ କଥା ହେଉଛି କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ । ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି,

$$I_i = I_{SP} + mr_i^2 + mr_i^2$$

$$= 1.0 \text{ kg m}^2 + (2.0 \text{ kg}) \times (1\text{m})^2 + (2.0 \text{ kg}) \times (1\text{m})^2$$

$$= 5.0 \text{ kg m}^2$$

ବସ୍ତୁମାନଙ୍କୁ 0.2 ମି. ଦୂରତାକୁ ଆଣିଲେ, ଅନ୍ତିମ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ

$$I_f = I_{SP} + mr_f^2 + mr_f^2$$

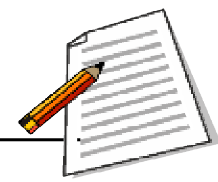
$$= 1.0 \text{ kg m}^2 + (2.0 \text{ kg}) \times (0.2)^2\text{m}^2 + 2.0 \text{ kg} \times (0.2)^2\text{m}^2$$

$$= 1.16 \text{ kg m}^2$$

କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ପ୍ରୟୋଗରେ,

$$I_i w_i = I_f w_f$$

ବା $w_f = \frac{I_i \omega_i}{I_f} = \frac{(5.0 \text{ kg m}^2) \times 1.05 \text{ rad s}^{-1}}{1.16 \text{ kg m}^2} = 4.5 \text{ rad s}^{-1}$



ଟିପ୍ପଣୀ

ମନେକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜନିତ ଗତି ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି DE

ତେବେ $DE = \frac{1}{2}I_f\omega_f^2 - \frac{1}{2}I_i\omega_i^2$

$= \frac{1}{2} \times 1.16\ \text{kg m}^2 \times (4.5\ \text{rad s}^{-1})^2 - \frac{1}{2} \times 5.0\text{kg m}^2 \times (1.05\ \text{rad s}^{-1})^2$

$= 9.05\text{J}$

(c) ଯେହେତୁ ଅନ୍ତିମ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଗତିଜ ଶକ୍ତିଠାରୁ ଅଧିକ, ତନ୍ତ୍ରର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି ।

(d) ଶିଳା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କୁ ଅକ୍ଷ ନିକଟକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ତନ୍ତ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ କରେ । ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ତନ୍ତ୍ରକୁ ପ୍ରବେଶ କରେ ଏବଂ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି କରେ ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 7.4

1. ଗୋଟିଏ ଉଦ୍‌ଜାନ ଅଣୁରେ m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଏକାଭଳି (identical) ପରମାଣୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟବଧାନ d ରେ ରହେ । ଅଣୁଟି ପରମାଣୁ ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟସ୍ଥଳରେ ଥିବା ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ କୌଣୀୟ ବେଗ w ରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ । ଅଣୁର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ହିସାବ କର ।

....

2. 2.0 kg ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ 20 cm ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମ ବୃତ୍ତାକାର ଡିସ୍କ ଏହାର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ 10 rad s^{-1} କୌଣୀୟ ପରିବେଗରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏହାର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ହିସାବ କର ।

....

3. ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବେ ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ଏକ ଚକ କୌଣୀୟ ବେଗ w ରେ ଘୂରୁଛି । ପ୍ରଥମରୁ ସ୍ଥିର ଥିବା ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କିନ୍ତୁ ଅଧା ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଥିବା ଏକ ଚକକୁ ଏହାର ଅଖରେ ଧୀରେ ରଖି ଦିଆଗଲା । ଦୁଇଟିଯାକ ଠିକ୍ ତା'ପରେ ଏକା ବେଗରେ ଘୂରିଲେ । ଏହି ସାଧାରଣ କୌଣୀୟ ବେଗ ହିସାବ କର ।

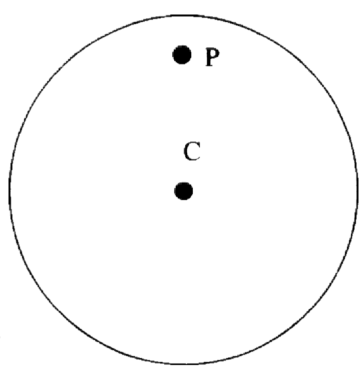
....

4. ପୃଥିବୀର ସୃଷ୍ଟି ଗୋଟିଏ ଗ୍ୟାସ ବାଦଲର ସଂକୋଚନ ଫଳରେ ହୋଇଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ମନେକର, ଅତୀତରେ କୌଣସି ସମୟରେ ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁଳନାରେ 25 ଗୁଣଥିଲା । ସେତେବେଳେ ନିଜ ଅକ୍ଷରେ ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କାଳ କେତେ ଥିଲା ?

....

7.5 ସମକାଳୀନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ଓ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି

ଆମେ ଆଗରୁ ଦେଖିଛୁ ଯେ ଯଦି ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର ନୁହେଁ, ତେବେ ଏହାର ଉଭୟ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ରହିପାରେ । ଏକ ଗତିଶୀଳ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁରେ ଉଭୟ ପ୍ରକାର ଗତି ରହେ । ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠରେ ଏକ ମୋଟର ଗାଡ଼ିର ଚକର ଗତି ଚିନ୍ତା କର ।



ଚିତ୍ର 7.25

(ଚିତ୍ର 7.25) । ଏହାର ବୃତ୍ତାକାର ମୁଖ(face)ର କେନ୍ଦ୍ର C ଓ ଆଉ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ଉପରେ ଦୃଷ୍ଟି ରଖ । ମନେକର, ଚକର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ଏହାର

ଟିପ୍ପଣୀ

ଅକ୍ଷର କେନ୍ଦ୍ରରେ ରହେ ଏବଂ C ହେଉଛି ଏହି ଅକ୍ଷର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ । ଚକ ଗଡ଼ିଲା ବେଳେ ତୁମେ ଦେଖି ପାରିବ ଯେ P ବିନ୍ଦୁ C ବିନ୍ଦୁକୁ ପରିକ୍ରମା କରୁଛି । ସ୍ୱଂୟ C ବିନ୍ଦୁ ଗତିଦିଗରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହେଉଛି । ଯଦି C ବିନ୍ଦୁ କିମ୍ବା ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର υ_{cm} ପରିବେଗରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହୁଏ, ତେବେ ସ୍ଥାନାନ୍ତର ଜନିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି

$$(KE)_{tr} = \tfrac{1}{2} M\upsilon_{cm}^{2} \qquad (7.26)$$

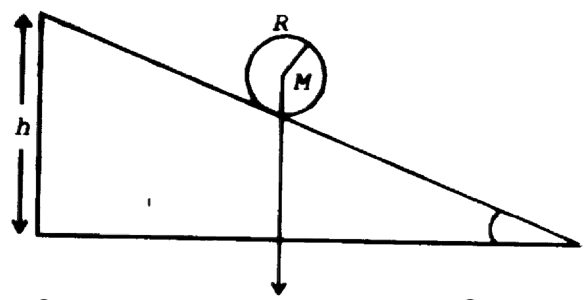
ଏଠାରେ M ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ । କୌଣୀୟ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବେଗ ଯଦି ω ହୁଏ, ତେବେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜନିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେବ

$$(KE)_{rot} = \tfrac{1}{2} I\ \omega^{2} \qquad (7.27)$$

ଏଠାରେ I ହେଉଛି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ । ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜନିତ ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତିର ପରିମାଣ ହେଉଛି ଏହି ଉଭୟ ଶକ୍ତିର ସମଷ୍ଟି । ଉଭୟ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ଥିବା ଏକ ଚମତ୍କାର ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ଗଡ଼ିବା ।

ଉଦାହରଣ 7.8

ମନେକର ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ M, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଏବଂ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I । ଏହା ଏକ h ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ତଳ ଆଡ଼କୁ ଗଡୁଛି (ଚିତ୍ର 7.26) । ଯାତ୍ରା ଶେଷର ଏହାର ରୈଖିକ ବେଗ υ ଓ କୌଣୀୟ ବେଗ ω । ଘର୍ଷଣ ଯୋଗୁଁ ଶକ୍ତିକ୍ଷୟ କମ୍ ଏବଂ ଏହାକୁ ଉପେକ୍ଷା କରାଯାଇପାରେ । h ସଂଜ୍ଞାରେ υ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।



ଚିତ୍ର 7.26 ଏକ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଗତି

ସମାଧାନ : ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଜନିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜନିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ସମଷ୍ଟି ବସ୍ତୁଟି ଆନତ ପୃଷ୍ଠର ଶୀର୍ଷ ଦେଶରେ ଥିବା ବେଳର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ସହିତ ସମାନ । ତେଣୁ,

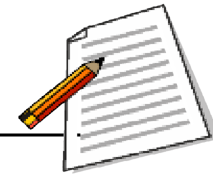
$$(\tfrac{1}{2}) M\upsilon^{2} + \tfrac{1}{2} I\omega^{2} = M\,g\,h \qquad (7.28)$$

ଗତି ଯଦି କେବଳ ଗଡ଼ିବା ଯୋଗୁଁ ହୁଏ ଏବଂ ଆଦୌ ଖସିବା ନାହିଁ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା, $v = R\omega$ । ସମୀକରଣ 7.28 ରେ ଏହି ବ୍ୟଞ୍ଜକ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ,

$$(\frac{1}{2})\, m\upsilon^{2} + \frac{1}{2}\, I\frac{\upsilon^{2}}{R^{2}} = M\,g\,h \qquad (7.29)$$

ଏକ ସରଳ ଉଦାହରଣ ପାଇଁ, ଗୋଟିଏ ବଳୟ କଥା ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ସାରଣୀ (7.2) ରୁ ଜାଣିବ ଯେ ନିଜ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏହାର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି MR^2 । ତେଣୁ ସମୀକରଣ (7.29) ରୁ ମିଳେ,

$$(\frac{1}{2})\, m\upsilon^{2} + \frac{1}{2}\,\frac{MR^{2}\upsilon^{2}}{R^{2}} = M\,g\,h$$



ଟିପ୍ପଣୀ

ବା $u = \sqrt{gh}$ (7.30)

ଏହି ସମୀକରଣରେ ତୁମେ କିଛି ବିଶେଷତ୍ୱ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ରୈଖିକ ପରିବେଗ ବଳୟର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ । ଏହାର ଅର୍ଥ ଯେ କୌଣସି ପଦାର୍ଥରୁ ତିଆରି ଓ ଯେ କୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ବଳୟ ଏକ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ସମାନ ବେଗରେ ଗଡ଼ିଥାଏ ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 7.5

1. ଆଦୌ ନ ଖସି ଏକ କଠିନ ଗୋଲକ ଗୋଟିଏ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ଗଡ଼ି ଗଡ଼ି ଯାଏ । ଆନତ ପୃଷ୍ଠର ଉଚ୍ଚା ସଂଜ୍ଞାରେ ଏହାର ପରିବେଗ କେତେ ହେବ ?

   ....

2. ଆଦୌ ନ ଖସି ଏକ କଠିନ ସ୍ତମ୍ଭକ ଏକ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ଗଡ଼ି ଗଡ଼ି ଯାଏ । ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତିର କେତେ ଅଂଶ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଜନିତ ? h ଉଚ୍ଚତାରୁ ତଳକୁ ଆସିବା ପରେ, ଏହାର ପରିବେଗର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ?

   ....

3. 2 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଗୋଲକ ଗୋଟିଏ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ସ୍ଥିରାବସ୍ଥାରେ ଛାଡ଼ି ଦିଆଗଲା । ଆନତ ପୃଷ୍ଠଟି ଭୂସମାନ୍ତର ପ୍ରତି 30^0 କୋଣ କରିଛି । ହିସାବ କର (a) ଏହାର କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ (b) ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ରୈଖିକ ତ୍ୱରଣ ଏବଂ (c) ପୃଷ୍ଠରେ 2 ମି. ଗତି କରିବା ପରେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ।

   ....

ପଲ୍‌ସାର୍‌ର ରହସ୍ୟ

କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣର ଏକ ଚମତ୍କାର ଉଦାହରଣ ସ୍ପନ୍ଦନଶୀଳ (pulsating) ତାରକାମାନଙ୍କରୁ ମିଳେ । ଏମାନଙ୍କୁ ପଲ୍‌ସର କୁହାଯାଏ । ଏହି ତାରକାମାନେ ଅତ୍ୟଧିକ ତୀବ୍ରତା ବିଶିଷ୍ଟ ବିକିରଣର ସ୍ପନ୍ଦନ (pulse) ଆମ ଆଡ଼କୁ ପଠାଇ ଥା'ନ୍ତି । ଏହି ସ୍ପନ୍ଦନମାନ ଆବର୍ତ୍ତୀ (periodic) ଏବଂ ଏହାର ଆବର୍ତ୍ତକାଳ ମଧ୍ୟ ସୁନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ । ସ୍ପନ୍ଦନକାଳ କେତେ ମିଲିସେକଣ୍ଡରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କେତେ ସେକେଣ୍ଡ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ହୋଇଥାଏ । ଏତେ ଅଳ୍ପ ସ୍ପନ୍ଦନକାଳରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ତାରକାଗୁଡ଼ିକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ବେଗରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନରତ । ଏହି ତାରକାମାନଙ୍କର ଅଧିକ ଭାଗ ନିଉଟ୍ରନ୍ ରୂପରେ ଅଛି । (ପରମାଣୁର ନିଉକ୍ଲିୟସ୍ ଗଠନର ଉପାଦାନ ନିଉଟ୍ରନ୍ ଓ ପ୍ରୋଟନ୍) । ଏହି ତାରକାମାନଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ନିଉଟ୍ରନ୍ ତାରକା କୁହାଯାଏ । ତାରକା ଜୀବନର ଶେଷ ଅବସ୍ଥା ହେଉଛି ଏହି ତାରକା । ସେମାନଙ୍କ କ୍ଷୁଦ୍ର ଆକାର ହିଁ କ୍ଷିପ୍ର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ହେତୁ । ଏକ ସାଧାରଣ ନିଉଟ୍ରନ୍ ତାରକାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ମାତ୍ର 10 କି.ମି. । ଏହାକୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ଯାହା କି ପ୍ରାୟ 7×10^5 କି.ମି. ସହିତ ତୁଳନା କର । ନିଜ ଅକ୍ଷରେ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଆବର୍ତ୍ତକାଳ ପ୍ରାୟ 25 ଦିନ । କଳ୍ପନା କର, ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହି ସୂର୍ଯ୍ୟ ହଠାତ୍ ଏକ ନିଉଟ୍ରନ ତାରକା ଆକାରକୁ ସଂକୁଚିତ ହୁଏ । ଏହାର କୌଣୀୟ ବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିମିତ୍ତ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଆବର୍ତ୍ତକାଳ ଅପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ କମି ଏକ ମିଲିସେକେଣ୍ଡର କ୍ଷୁଦ୍ରାଂଶ ହେବ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ତୁମେ କ'ଣ ଶିଖିଲ

- ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁର ଉଭୟ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତି ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ରହିପାରେ ।
- ଏକ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁରେ ଯଦି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର ରହେ, ତେବେ ଏଥିରେ କେବଳ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ରହିପାରେ ।
- ଏକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସଂଜ୍ଞା ହେଉଛି $\sum_i m_i r_i^2$
- ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୂମିକା ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗତିରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଭୂମିକା ଅନୁରୂପ ।
- ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଏକ ବଳ ($\boldsymbol{F}$) ର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବ
  ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ $\mathbf{t} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।
- ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ମୁଖୀ ସମ ବଳ ଏକ ଯୁଗଳ ସୃଷ୍ଟି କରନ୍ତି । ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବର ପରିମାଣ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ବଳ ଏବଂ ବଳମାନଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଦିଗ ମଧ୍ୟରେ ଅଭିଲମ୍ବ ଦୂରତାର ଗୁଣନ ଫଳ ।
- ଏକ ବାହ୍ୟ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ପ୍ରୟୋଗରେ ବସ୍ତୁର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।
- ବସ୍ତୁ ଉପରେ କୌଣସି ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ନ ହେଲେ, ବସ୍ତୁର କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।
- ଯଦି ଏକ ବର୍ତ୍ତୁଳାକାର ବା ସ୍ତମ୍ଭକାକାର ପଦାର୍ଥ ଆନତ ପୃଷ୍ଠରେ ନ ଖସି ଗଡ଼ି ଗଡ଼ି ଯାଏ, ଏହାର ବେଗ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ।

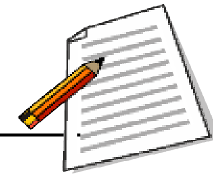
ପାଠାନ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

1. ବସ୍ତୁର ଓଜନ mg ସାଧାରଣତଃ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏଥରୁ କ'ଣ ବୁଝିବାକୁ ହେବ ଯେ ପୃଥିବୀ ଅନ୍ୟ କୌଣସି କଣିକାମାନଙ୍କୁ ଆକର୍ଷିତ କରେ ନାହିଁ ?
2. ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ବସ୍ତୁ ବାହାରେ ରହିବା ସମ୍ଭବ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିବାକୁ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
3. କାର୍ବନ୍ ମନୋକ୍ସାଇଡ୍ (CO) ଅଣୁର ଦୁଇ ପରମାଣୁର ନିଉକ୍ଲିୟସ୍ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ହେଉଛି 1.13×10^{-10}m ଅଣୁର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର ନିରୂପଣ କର ।
4. 5.0 କେଜି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଓ 0.20 m ବ୍ୟାସ ଥିବା ଏକ ପେଷଣ ଚକି (grinding stone) 100 rad s^{-1} କୌଣୀୟ ବେଗରେ ଘୂରୁଛି । ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହିସାବ କର । ଏହି ବସ୍ତୁ କେତେ ଉଚ୍ଚତାରୁ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡ଼ିଲେ ସମପରିମାଣର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଉପଲବ୍ଧ ହେବ ? ($g = 10.0\ ms^{-2}$ ନିଅ)
5. 1.0 m ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚକ୍ର ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ପ୍ରାରମ୍ଭ କୌଣୀୟ ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି 2 ଥର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହାରରେ ଘୂରୁଛି । କୌଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି 3 ଥର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେଲେ,

   (a) 2 ସେକେଣ୍ଡ ପରେ କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (b) ଏହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ଚକ୍ରଟିର କୌଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ କେତେ ?

   (c) $t = 2$ s ବେଳକୁ ଚକ୍ରର ଧାରରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକୀୟ ପରିବେଗ କେତେ ?



ଟିପ୍ପଣୀ

(d) ଚକ୍ରିର ଧାରରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ $t = 2s$ ବେଳକୁ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ କେତେ ?

6. 20 rad s^{-1} କୌଣୀୟ ବେଗରେ ଘୂରୁଥିବା ଏକ ଚକକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥିର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସ୍ଥିରାବସ୍ଥାକୁ ଅଣାଗଲା । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଚକର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଯଦି 0.20 kgm^2 ହୁଏ, ପ୍ରାରମ୍ଭିକ 2 ସେକେଣ୍ଡ ମଧ୍ୟରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱାରା ସଂପାଦିତ କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ ହିସାବ କର ।

7. ଏକା ଅଖ ଉପରେ ଦୁଇଟି ଚକ ଖଂଜା ଯାଇଛି । ଚକ A ର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି 5×10^{-2} kg m^2 ଏବଂ ଚକ B ପାଇଁ ଏହା ହେଉଛି 0.2 kg m^2 । ଚକ B ସ୍ଥିର ଥିଲାବେଳେ ଚକ A ମିନିଟ ପ୍ରତି 600 ଥର ପ୍ରଚକ୍ରଣ (spin) କରୁଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ କ୍ଲଚ୍ (clutch) ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଫଳରେ A ଓ B ଉଭୟ ଏକତ୍ର ପ୍ରଚକ୍ରଣ କରିପାରିଲେ । ହିସାବ କର ।

(a) କେଉଁ ବେଗରେ ସେମାନେ ଘୂରିବେ ?

(b) ଉଭୟଙ୍କୁ ସଂଯୁକ୍ତ କରିବା ପୂର୍ବର ଘୂର୍ଣ୍ଣନଜନିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସଂଯୁକ୍ତ ପରର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସହିତ କି ଭଳି ତୁଳନା କରାଯାଇପାରେ ?

(c) କ୍ଲଚ୍ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ମଧ୍ୟରେ A ଯଦି 10 ଥର ଘୂରେ ତେବେ କ୍ଲଚ୍ କେତେ ପରିମାଣର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ?

8. ଏକା ଭଳି ଦିଶୁଥିବା ଦୁଇଟି ଗୋଲକ ତୁମକୁ ଦିଆଗଲା ଏବଂ ତୁମକୁ କୁହାଗଲା ଯେ ସେଥିରୁ ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା । କେଉଁଟି ଫମ୍ପା ଜାଣିବାକୁ ଏକ ପଦ୍ଧତି ବତାଅ ।

9. ଗୋଟିଏ ଚକର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି 100 kg m^2 । ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମବେଗରେ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ କରାଯାଉଛି । କୌଣସି ଏକ ସମୟରେ ଏହାର କୌଣୀୟ ବେଗ 10 rad s^{-1} । ଚକ 100 ରେଡ଼ିୟାନ୍ କୋଣ ଘୂରିବା ପରେ, ଚକର କୌଣୀୟ ପରିବେଗ ହୁଏ 100 rad s^{-1} । ତେଣୁ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହିସାବ କର ।

10. 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ 1 କେଜି ବସ୍ତୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚକି ନିଜ ଅକ୍ଷରେ ଘୂରୁଛି । ସ୍ଥିରାବସ୍ଥାରୁ ଏହା ସମତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ହେଉଛି । ପ୍ରଥମ ସେକେଣ୍ଡରେ ଏହା 2.5 ରେଡ଼ିୟାନ୍ ଘୂରେ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସେକେଣ୍ଡରେ ଘୂରୁଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ ହିସାବ କର । ଚକି ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାଣ ହିସାବ କର ।

ପାଠଗତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର

7.1

1. ହଁ, କାରଣ ଫ୍ରେମ୍ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ବଦଳି ପାରିବ ନାହିଁ ।

2. ନା । ବାଲୁକା କଣିକାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କୌଣସି ସାମାନ୍ୟ ବିକ୍ଷୋଭ (disturbance) ଯୋଗୁଁ ବଦଳିଯାଏ । ତେଣୁ ଏକ ବାଲୁକାସ୍ତୁପକୁ ଦୃଢ଼ ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

7.2

1. ଦତ୍ତ ପାଞ୍ଚଟି ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେଉଛି $A(-1, -1)$, $B(-5,-1)$, $C(6,3)$, $D(2,6)$ ଏବଂ $E(-3,0)$ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଯଥାକ୍ରମେ 1 କେଜି, 2 କେଜି, 3 କେଜି, 4 କେଜି ଓ 5 କେଜି ।

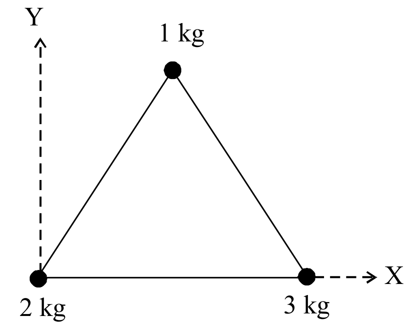
ତେଣୁ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେଉଛି,

$$x = \frac{-1\text{x}1 - 5\text{x}2 + 6\text{x}3 + 2\text{x}4 - 3\text{x}5}{1+2+3+4+5} = 0$$

$$y = \frac{-1\text{x}1 - 1\text{x}2 + 3\text{x}3 + 4\text{x}6 + 0\text{x}5}{1+2+3+4+5} = \frac{30}{15} = 2.0$$

2. ତ୍ରିକଣିକା ତନ୍ତ୍ରଟି ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଚିତ୍ର ଅନୁରୂପ ହେଉ ।

2 kg ବସ୍ତୁ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁରେ ଥାଇ ଅକ୍ଷମାନଙ୍କୁ ହିସାବକୁ ନିଅ ।



$$x = \frac{2\text{x}0 + 1\text{x}0.5 + 3\text{x}1}{1+2+3} = \frac{3.5}{6}\text{ m}$$

$$y = \frac{2\text{x}0 + 1\text{x}\sqrt{\frac{3}{2}} + 3\text{x}0}{1+2+3} = \frac{\sqrt{3}}{12}\text{ m}$$

ଅତଏବ ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ $\left(\frac{3.5}{6}, \frac{\sqrt{3}}{12}\right)$

3. ଦୁଇଟିଯାକ କଣିକା x - ଅକ୍ଷ ଉପରେ ରହୁ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ 0 ଓ x ହେଉ । ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ

$$X = \frac{m_1\text{x}0 + m_2\text{x}x}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 x}{m_1 + m_2}, Y = 0$$

ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ m_1ର ଦୂରତ୍ୱ ମଧ୍ୟ X । ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ m_2ର ଦୂରତ୍ୱ

$$x - X = x - \frac{m_2 x}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore \frac{X}{x + X} = \frac{m_2}{m_1}$$

ଅତଏବ, ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ଦୂରତ୍ୱ ସେମାନଙ୍କର ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବିପରୀତାନୁପାତିକ

7.3

1. ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ସମତଳ ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଏବଂ ଗୋଟିଏ କୋଣ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସମତଳ ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ

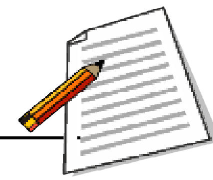
ଏକ ଅକ୍ଷପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ $= mr^2 + m(2r^2) + mr^2 = 4mr^2$

ପାର୍ଶ୍ୱ ଦେଇ ଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ $= mr^2 + mr^2 = 2mr^2$

ଯାଥାର୍ଥ୍ୟ ପରୀକ୍ଷଣ (Verification) :

OP ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ = $mr^2 + mr^2 + 2mr^2$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ, SP ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ($2mr^2$) + QP ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସମଷ୍ଟି । ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ସମତଳ ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ଓ P ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ($4mr^2$) ସହିତ ସମାନ ହେବ । ଏହା ସତ୍ୟ ହୋଇଥିବାରୁ ଫଳ ଯଥାର୍ଥ ।



ଟିପ୍ପଣୀ

2. ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ ଗୋଲକର ସ୍ପର୍ଶକୀୟ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏକ ଘନ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

$= \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 = \frac{7}{5}MR^2$ । ତେଣୁ ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟା ଯଦି K ହୁଏ $MK^2 = \frac{7}{5}MR^2$ ।

ତେଣୁ ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟା, $K = R\sqrt{\frac{7}{5}}$ ।

7.4

1. କୌଣୀୟ ସଂବେଗ $L = \left(m\frac{d^2}{4} + m\frac{d^2}{4}\right)\omega$

$$L = \frac{md^2\omega}{2}$$

2. ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ (ବ୍ୟାସ) ପ୍ରତି କୌଣୀୟ ସଂବେଗ $L = I\text{w} = m\frac{r^2}{4} \times \omega$

କାରଣ ଏକ ବ୍ୟାସ ପ୍ରତି ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ $= m\frac{r^2}{4}$

$$\backslash \quad L = 20 \text{ kg} \times \frac{(0.2)^2 \text{ m}^2}{4} \times 10 \text{ rad s}^{-1} = 0.2 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$

3. କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମାନୁଯାୟୀ $I_1\text{w} = (I_1+I_2)\ \text{w}_1$

ଏଠାରେ I_1 ହେଉଛି ଚକର ମୂଳ ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଓ I_2 ହେଉଛି ଅନ୍ୟ ଚକର ଜଡ଼ତ୍ୱ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, w ହେଉଛି ପ୍ରାରମ୍ଭ କୌଣୀୟ ବେଗ ଏବଂ w_1 ହେଉଛି ଅନ୍ତିମ ମିଳିତ କୌଣୀୟ ବେଗ ।

$$mr^2\text{w} = (mr^2 + \frac{m}{2}r^2)\ \text{w}_1$$

$$\text{w} = 3/2\ \text{w}_1 \text{ Þ } \text{w}_1 = 2/3\ \text{w}$$

4. ବର୍ତ୍ତମାନ ପୃଥିବୀର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ T ଏବଂ ଆଗର ମୂଲ୍ୟ T_0 ହେଉ । କୌଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ $\frac{2}{5}M(25R)^2 \times \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) = \frac{2}{5}MR^2 \times \frac{2\pi}{T} = \frac{2}{5}MR^2 \times (\frac{2\pi}{T})$

ଏଥିରୁ ମିଳେ, $T_0 = 6.25T$

ଅତଏବ, ଅତୀତରେ ପୃଥିବୀର ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳ T_0 ବର୍ତ୍ତମାନ ଆବର୍ତ୍ତନ କାଳର 6.25 ଗୁଣ ଥିଲା ।

7.5

1. ଏକ ଘନ ଗୋଲକ ନିମିତ୍ତ ସମୀକରଣ (7.29)($I = 2/5\ MR^2$) ବ୍ୟବହାର କରି

$$(½)\ mu^2 + (½)\ I\text{w}^2 = mgh$$